

UNIVERSITATEA BABES-BOLYAI CLUJ-NAPOCA  
FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA

# EVOLUTIA ORBITALA A CORPURILOR TRANSNEPTUNIENE

Teza de Doctorat  
- rezumat –

CANDIDAT:  
**OVIDIU C. FURDUI**

CONDUCATOR STIINTIFIC:  
**Prof. Dr. VASILE URECHE**

*... bunicilor mele, Anna si Maria.*

## **Mulumiri**

Odata cu incheierea acestei cercetari, doresc sa multumesc coordonatorului acestui studiu, Prof. Dr. Vasile Ureche, de la Univeritatea Babes-Bolyai din Cluj Napoca, pentru ideile si sugestiile care au condus la rezultatele din prezenta teza. In acelasi timp doresc sa imi exprom profunda recunostiinta Prof. Dr. Rudolf Dvorak de la Universitatea din Viena, pentru cordiala si puernica incurajare, atat moral cat si stiintific, pe intreaga durata a sederii mele la Institutul Astronomic al Universitatii din Viena. Rezultatul acestui stagiului s-a concretizat intr-un capitolul al prezentei teze. Urmatoarele mele ganduri de multumire se indreapta spre Dr. John M. Johnston, pentru deosebita deschidere stiintifica, in sensul oferirii datelor observationale obtinute in cadrul Departamentului de Astronomie, Universitatea Harvard.

Un mare respect se indreapta spre Dr. Wolfgang Frings de la Forschungszentrum Juelich (Juelich Supercomputing Centre) pentru bunavointa gazduirii unui cont pentru procesarea datelor pe unul din cele mai puternice supercalculatoare (la nivel mondial), JUMP, de la Institutul von Neuman din Juelich, Germania.

Doresc in acelasi timp sa multumesc fostilor mei colegi de la Universitatea Heidelberg din Germania, unde am finalizat prima mea teza de doctorat. Le multumesc pentru incurajarile oferite pe parcurs, cat si pentru diferitele facilitati puse la dispozitie: baze de date stiintifice, accesul nelimitat la supercalculatoarele din cadrul Institutului de Matematici Aplicate al Universitatii din Heidelberg.

Desi la sfarsitul acestei liste de multumiri, dar nici pe departe in ultimul rand, profundele mele ganduri de recunostiinta se indreapta catre parintii mei, Doina si Ioan, care prin daruirea suflenteasca oferita de-a lungul timpului m-au incurajat si sustinut in diferitele decizii cu care viata m-a testat.

Ovidiu Furdui

## Abreviatii

<b>CCD</b>	- (instrument) Charge Coupled Device;
<b>obiect ceresc</b>	- categorie ce definește un corp natural în spațiu;
<b>obiect Cis-Neptunian</b>	– orice corp astronomic aflat în același domeniu orbital cu Neptun;
<b>CE</b>	– apropieri stranse (Close Encounters);
<b>Cubewano</b>	– corp din centura Kuiper (KBO) ce orbitează după orbita lui Neptun;
<b>DHV</b>	– variabilele heliocentrice (democratic heliocentric variables);
<b>ESD</b>	– Discul Imprastiat Extins;
<b>obiect detasat</b>	– clasa dinamică de corpuri din partea exterioară a Sistemului Solar, de după orbita lui Neptun
<b>Centura Kuiper</b>	– regiune a sistemului solar cuprinsă între orbita lui Neptun (30 UA) și până la aproximativ 55 UA față de Soare;
<b>KBO</b>	– (obiect ceresc) obiect din centura Kuiper;
<b>MBOSS</b>	– baza de date a corpurilor mici de la periferia Sistemului Solar (Minor Bodies in the Outer Solar System: Magnitudes and Colors);
<b>MPC</b>	– (publicație) Minor Planets and Comets;
<b>RTNO</b>	– obiect transneptunian rezonant;
<b>SDO</b>	– (obiect ceresc) obiect din discul imprastiat;
<b>TNO</b>	– (obiect ceresc) obiect transneptunian;
<b>obiect transneptunian</b>	– obiect ceresc din Sistemul Solar ce orbitează Soarele la o distanță mai mare decât orbita lui Neptun;
<b>troieni neptunieni</b>	– obiecte ceresti aflate în același domeniu orbital cu planeta Neptun;

## **Rezumat**

Un obiect transneptunian (TNO) este un obiect din Sistemul Solar care orbitează Soarele la o distanță medie, mai mare (sau egală) decât distanța la care orbitează planeta Neptun, iar Centura Kuiper, discul imprăștiat și norul Oort sunt trei diviziuni ale acestui volum spațial. În prezenta teză de doctorat, cercetarea este dedicată studiului obiectelor ce gravitează în Centura Kuiper și în subdomeniile sale.

Cantitatea de informație pe care o avem la dispoziție despre corpurile îndepărtate ale regiunii transneptuniene variază foarte mult. Cea mai mare parte a cunoștințelor dobândite și de care dispunem sunt bazate pe întâlnirea stației spațiale Voyager 2 cu satelitul natural al lui Neptun, Triton, dar pentru Pluton, Charon (satelitul natural al lui Pluton) și corpurile din braul centurian (the Centurian belt) precum și pentru corpurile din centura Kuiper avem doar date bazate pe observațiile telescopice.

Multe descoperiri recente au deschis noi frontiere pentru științele planetare în regiunea de după 30 unități astronomice (UA). Întâlnirea lui Voyager 2 cu Neptun și satelitul sau Triton, precum și observațiile telescopice terestre asupra lui Pluto, au revoluționat știința despre periferia sistemului solar.

Multe din studiile numerice, precum și noile observații, sugerează noi clase de corpuri. Aceste obiecte, membre ale așa numitului *Disc Imprăștiat*, sunt caracterizate de excentricități și înclinații orbitale mai mari decât ale obiectelor clasice.

Prezenta teză își propune analiza evoluției dinamice a acestor corpuri, prin metode numerice în concordanță cu realitatea fizică, și anume integrarea numerică a ecuațiilor de mișcare ale acestor corpuri, pe termen lung, studiul stabilității dinamice, originii acestor corpuri precum și evoluțiile ulterioare în vederea găsirii unor domenii rezonante în mișcare și aplicarea rezultatelor găsite, la planetele extrasolare.

Dintre toate, centura Kuiper ne-a învățat cel mai mult despre originea și evoluția planetelor. De exemplu, migrația planetelor a avut un rol cavaleristic în munca de pionierat dezvoltată de Fernandez și Ip, înainte descoperirii centurii Kuiper. Chiar mai mult decât atât, în centura Kuiper găsim evidența trecerii planetelor gigante printr-o fază temporară de instabilitate violentă. De asemenea, centura Kuiper ne arată formarea planetesimalelor și creșterea dimensiunii a corpurilor mari (deoarece corpurile care populează discul TNO, conțin probe din regiuni diferite ale discului protoplanetar, unde are loc și-a produs sub diferite aspecte.) Astfel, avem un adevărat 'laborator virtual', unde putem testa și calibra, diferitele modele matematice de formare, creștere și evoluție ulterioară a corpurilor din această volum spațial. Acest 'laborator' fiind considerat marea încercare pentru viitorul cercetării astrofizice.

Împreună cu simulările numerice ale dinamicii orbitale, teoria ne oferă o interpretare fundamentală pentru înțelegerea originii și a evoluției Centurii Kuiper.

Încă de la descoperirea sa din 1992, centura Kuiper a scos la iveală o uimitor de complexă structură de obiecte dinamice. Această structură a fost o "mină de aur" pentru acei dintre noi, interesați în formarea planetei, deoarece oferă indicii vitale despre acest proces. Capitolul I, este dedicat descrierii

cronologice a descoperirilor de la limita exterioara a Sistemului Solar. Capitolul II prezinta proprietatile fizico-chimice cat si astrofizice ale corpurilor din Centura Kuiper. Acest capitol se axeaza pe delimitarea diferitelor regiuni transneptuniene, precum si discutiile care stau la baza formarii, evolutiei primordiale si a dinamicii ulterioare a acestor obiecte. O detaliata discutie a acestor evolutii se gaseste in capitolul V.

Capitolul III, descrie modelarea matematica a perturbatiilor orbitale in cazul algoritmului Hermite folosit la integrarea N-Body directa, iar partea a doua a acestui capitol descrie matematica perturbatiilor aferente integratorului symplectic Yoshida. Acest capitol este o revizuire matematica a stadiului actual al cunostintelor despre aceste probleme. Ambele parti ale capitolului contin rezultatele actuale ale dinamicii din centura Kuiper. Descrierea detaliata a algoritmului Hermite, folosit in pachetul de programe KEPLER, se afla in capitolul IV. Cerintele numerice ale integratorului Hermite-Yoshida (de tip Hybrid), sunt detaliate in capitolul VI.

O descriere analitica si partial numerica a dinamicii pe termen lung a corpurilor transneptuniene este prezentata in \emph{capitolul VII}, iar obtinerea rezultatelor numerice din prezenta teza de doctorat se bazeaza pe pachetul de programe KEPLER, a carei descriere completa se gaseste in capitolul VIII.

Ipoteza nebuloasei initiale a lui Kant, care a stat la baza teoriei despre formarea sistemului planetar este veche de aproape 250 de ani iar doveziile observationale in sprijinul acestui model sunt relativ recente. In scenariul standard, corpurile din discul aflat in jurul protostelei incep sa se coaguleze in obiecte macroscopice, care ulterior se vor acretiona in obiecte de dimensiuni kilometrice. In momentul in care proto-planetele devin destul de masive pentru a interactiona gravitational, acumularile de obiecte vor incepe. In faza de crestere oligarhica, acumularea este limitata de excitatiile induse de corpurile mari. In discul protoplanetar, cele mai mari planete pot ajunge la o masa de câteva ori mai mare decat cea a Pamantului, suficient pentru a capta gazul nebular si astfel se ajunge la formarea planetelor gigante gazoase. Ramasitele gazului nebular sunt imprastiate de vântul stelar, iar restul de planetesimale (si alte obiecte), sunt imprastiate departe de planetele gigant.

Simularile pe computer arata ca obiectele din centura Kuiper au fost puternic influentate de Jupiter si Neptun, si de asemenea sugereaza ca nici Uranus sau Neptun nu s-ar fi putut forma \emph{"in situ"} dincolo de Saturn, deoarece prea putina materie primordiala exista in spatiul in care se afla astazi aceste obiecte de masa atat de mare. In schimb, aceste planete s-au format mai aproape de Jupiter, dar au fost respinse spre exterior in cursul evolutiei timpurii a Sistemului Solar. Lucrarea, din 1984, a lui Fernandez & Ip, sugereaza ca schimbul de moment unghiular al obiectelor imprastiate, poate duce la aparitia planetelor. Ulterior, orbitele s-au mutat in punctul in care Jupiter si Saturn a existat intr-o rezonanta exacta de 2:1. Atractia gravitationala de la o astfel de rezonanta, in cele din urma, a perturbat orbitele lui Uranus si Neptun, pe care le-a determinat sa-si comute pozitiile intre ele iar Neptun sa calatoreasca mult inspre Centura Kuiper, fiind temporar in haos.

# Capitolul 1

## Introducere

Primul obiect transneptunian descoperit a fost Pluto, în 1930 [143]. Ulterior, au trecut mai mult de 60 de ani până la descoperirea celui de-al doilea obiect transneptunian, (15760) 1992 QB1. Până în prezent, în jur de 1700 de corpuri transneptuniene au fost puse în evidență, de diferite mărimi, cu orbite diferite sau de diferite compoziții. Dintre acestea, 870 (7 August, 2010), au orbite foarte clar definite și astfel au primit un număr permanent în cataloagele astronomice.[143]

Orbita fiecărei planete este afectată de influența gravitațională a celorlalte planete. Discrepanțele observate la începutul anilor 1900, între orbitele observate și cele calculate ale lui Uranus și Neptun, sugerau că ar mai exista și alte planete după orbita lui Neptun [143].

Căutarea acestor obiecte mici, a început odată cu descoperirea lui Pluto. Oricum, Pluto este prea mic pentru a putea explica aceste discrepante, iar estimările revizuite ale masei lui Neptun, au arătat că problema este în continuare nerezolvată [72].

Pluto și satelitul său natural Charon, sunt în cele mai multe cazuri tratați împreună ca și sistem binar datorită faptului că baricentrul orbitelor nu depășește orbita altui corp major din Sistemul Solar. Uniunea Astronomică Internațională (UAI) are în lucru găsirea unei definiții pentru planetele pitice binare, și până în acest moment, Charon este clasificat ca și satelit al lui Pluto. Pluto mai are doi sateliți mai mici, Nix și Hydra, descoperiți în 2005. La fel ca și Uranus, Pluto se rotește, relativ la planul său orbital, și tot la fel și sistemul Pluto - Charon prezintă aceeași rotație [143].

Ideea existenței unei planete masive cu o orbită mai mare decât cea a lui Neptun, datează de mai mult de un secol și a avut ca argument faptul că Neptun singur nu poate explica iregularitățile observate în mișcarea lui Uranus. În 1908, astronomul american William Pickering a sugerat existența unei planete transneptuniene, posesoarea unei mase duble în comparație cu cea a Pământului [122].

Dar, astronomul american Percival Lowell (1855-1916), foarte cunoscut în acea perioadă pentru teoria vieții inteligente pe planeta Marte, a fost unul din primii cercetători care a făcut cercetări intensive pentru ceea ce el numea Planeta X, aceste studii petrecându-se în perioada dintre 1905 și 1916. Cercetările au fost reluate intensiv în 1929 de Clyde Tombaugh la Observatorul Lowell în Flagstaff, Arizona, același observator unde Lowell a lucrat până la moartea sa .[143]

Prezenta teză își propune analiza evoluției dinamice a acestor corpuri, prin metode numerice în concordanță cu realitatea fizică, și anume integrarea numerică a ecuațiilor acestor corpuri, pe termen lung, studiul stabilității

dinamice, originii acestor corpuri precum și evoluțiile ulterioare în vederea găsirii unor domenii rezonante în mișcare [64].

Triton este de departe cel mai studiat corp înghețat de la periferia sistemului nostru solar, în legătură cu posibilele asemănări cu celelalte corpuri. Triton posedă o orbită retrogradă în jurul lui Neptun, care sugerează că acest corp a fost în trecut capturat [5]. Triton este un corp pietros înghețat, cu un procent de piatră de 70% din masa lui totală [122]. Este singurul satelit, în afară de Titan, care posedă o atmosferă rarefiată. Pe lângă acestea, mai posedă și un complex ciclu sezonier, cu un larg spectru al schimbărilor climatice într-o perioadă de timp.



## Capitolul 2

### Proprietatile astrofizice ale obiectelor din Centura Edgeworth-Kuiper

În 1951, într-un articol din *Journal of Astrophysics*, Gerard Kuiper speculează existența unui disc de corpuri format în evoluția primordială a Sistemului Solar. Dar, ideea lui nu corespunde în totalitate cu ceea ce știm în prezent despre braul transneptunian. Ipoteza lui Kuiper lua în considerare că Pluto este de mărimea Pamantului și este rezultatul condensării materiei din Norul Oort. Conform formulării lui Kuiper, nu există un 'brau' de corpuri (numit ulterior Centura Kuiper), acolo unde astăzi avem evident observațională [156].

Ipotezele au luat diferite alte forme în următoarele decenii: în 1962, fizicianul Al G.W. Cameron a postulat existența "unei mase imense de corpuri mici la marginea Sistemului Solar", în timp ce în 1964, Fred Whipple care a popularizat celebra ipoteză a unui "bulgare de zăpadă murdare" pentru structura cometară, a crezut că o "centură de comete" ar putea fi destul de masivă pentru a provoca deviațiile orbitale pentru pretinsa Planeta X, sau cel puțin, să afecteze orbitele cunoscute ale celorlalte comete. Cu toate acestea, observațiile ulterioare au exclus această ipoteză [133].

Alte dovezi pentru existența centurii de mai târziu au reieșit din studii cometare. În măsura în care se apropie de Soare, căldura distruge suprafața volatilă a acestora ducându-le la sublimarea treptată în spațiu. Pentru a fi în continuare vizibile, la o vârstă comparabilă cu cea a Sistemului Solar, acestea trebuie să fie frecvent completate cu material.

Una dintre aceste zone de alimentare este *Norul Oort*, un roi cometar sferic extins până la aproximativ 50.000 de UA de Soare. Ipoteza existenței acestuia a fost emisă de astronomul Jan Oort în 1950. Acesta este considerat a fi punctul de origine pentru cometele cu perioadă lungă de timp, cum ar fi cometa Hale-Bopp, cu o perioadă orbitală de mii de ani [154].

În 1988, Jewitt s-a mutat la Institutul de Astronomie al Universității din Hawaii. El a fost urmat ulterior de Jane Luu pentru a lucra la telescopul Universității din Hawaii de 2.24 m situat în Mauna Kea. În cele din urmă, câmpul de observații pentru CCD-uri a crescut la 1024 x 1024 pixeli, ceea ce a permis să se efectueze căutări mai departe și mult mai rapid. În cele din urmă, după cinci ani de căutări, la data de 30 August 1992, Jewitt și Luu au anunțat 'descoperirea unui candidat din Centura Kuiper', acesta fiind obiectul (15760) 1992 QB1; șase luni mai târziu, au descoperit al doilea obiect din regiune, 1993 FW [78].

Eris este cea mai mare planetă pitică cunoscută din Sistemul Solar și cea de-a nouă, între cele mai mari corpuri cunoscute, care orbitează Soarele. Aceasta este de aproximativ 2500 km în diametru și cu 27% mai mare decât Pluto [68].

Eris a fost reperat pentru prima dată în ianuarie 2005 la Observatorul Palomar de către echipa condusă de Mike Brown, iar identitatea acesteia a fost catalogată mai târziu, în același an. Este un obiect TN nativ aflat în regiunea

din spatiu dincolo de centura Kuiper cunoscuta sub numele de Discul Imprastiat. Eris are un satelit, Dysnomia; observatiile recente nu au mai gasit dovezi legate de alti sateliti. Distanta actuala, fata de Soare este de 96.7 UA, aproximativ de trei ori cat cea a lui Pluto. Cu exceptia unor comete, este considerat unul din cele mai indepartate obiecte naturale din Sistemul Solar [62].

Deoarece Eris este mai mare decat Pluto, grupul descoperitorilor precum si NASA a considerat ca fiind a zecea planeta a Sistemului Solar. Aceasta, impreuna cu perspectiva escoperirii si a altor obiecte similare ca dimensiuni, a motivat Uniunea Astronomica Internationala (UAI), sa defineasca pentru prima data termenul de planeta. In conformitate cu noua definitie a Uniunii Astronomice Internationale, aprobata la 24 august 2006, Eris este considerata "planeta pitica", impreuna cu Pluto, Ceres, Haumea si Makemake (Rezolutiile oficiale ale UAI sunt atasate in anexele E si F ale tezei) [122].

Eris a fost descoperita de echipa formata din Mike Brown, Chad Trujillo, si David Rabinowitz la data de 05 Ianuarie 2005, din imaginile luate in 21 Octombrie, 2003. Descoperirea a fost anuntata la 29 iulie 2005, in aceeasi zi fiind anuntata Makemake iar doua zile inainte fusese anuntata Haumea. Echipa de cautare a scanat sistematic cerul in vederea descoperirii de corpuri mari in zonele exterioare ale Sistemului Solar. Aceasta echipa a fost implicata si in descoperirea de alte corpuri transneptuniene mari, inclusiv *Quaoar 50000*, *90482 Orcus*, si *90377 Sedna* [5], [122].

Descoperirea acestor obiecte TN mari pe orbite similare lui Pluto a condus la concluzia ca dimensiunea relativa lui Pluto nu este foarte diferita de cea a celorlalti membri ai centurii Kuiper. Nu doar dimensiunea a condus la aceasta ipoteza dar multe asemenea corpuri care poseda sateliti, au compozitie similara (metanul si monoxidul de carbon au fost gasite atat pe Pluto, cat si pe cel mai mare corp transneptunian). La fel ca si in cazul lui Ceres, care a fost initial considerata planeta, inainte de a observa si alte corpuri similare in braul asteroidal, tot asa pe baza acestui precedent, multi astronomi au concluzionat ca Pluto ar trebui sa fie, de asemenea, reclasificat [143].

(136472) *Makemake*, este a treia din cele mai mari planete pitice cunoscute din Sistemul Solar si una din cele mai mari obiecte de centura Kuiper (KBO), facand parte din populatia de corpuri clasice. Diametrul sau este de aproximativ trei sferturi din dimensiunea lui Pluto. Makemake nu are nici un satelit cunoscut, ceea ce il face unic printre cele mai mari corpuri din KBO. Temperatura sa medie, extrem de scazuta de aproximativ 30 K ( $-243.2^{\circ}\text{C}$ ) ne ofera detalii legate de suprafata sa, cel mai probabil acoperita cu metan, etan, si, eventual, azot inghetat [122].

Makemake este clasificata ca fiind un obiect clasic din Centura Kuiper, ceea ce inseamna ca orbita lui se afla destul de departe de Neptun incat sa ramana stabila pe intervalul de timp echivalent cu varsta Sistemului Solar. Spre deosebire de plutinoizi, care pot traversa orbita lui Neptun, aflate in rezonanta 2:3 cu el, obiectele clasice au distant la periheliu mai departe de Soare, fiind lipsite de perturbatia lui Neptun. Astfel de obiecte au excentricitati relativ scazute ( $e \leq 0, 2$ ) orbiteaza Soarele in aceeasi mod in care planetele o fac. Makemake, cu toate acestea, este un membru al clasei "foarte active dinamic - fierbinti" din corpurile KBO clasice, in sensul ca are o inclinatie ridicata in

comparatie cu altele din populatia sa. Makemake se afla in rezonanta 11:6 cu Neptun, cel mai probabil cu totul intamplator [143].

(136108) *Haumea*, este o planeta pitica; acceptata ca fiind planeta pitica de catre Uniunea Astronomica Internationala (UAI) si denumita dupa numele zeitei hawaiane a fertilitatii [122]. Alungirea extrema a lui Haumea o face unica printre obiectele TN cunoscute. Desi forma sa nu a fost observata in mod direct, ci doar spectral, iar curba de lumina sugereaza ca este un elipsoid, cu axa cea mare de doua ori cat dimensiunea axei mici. Cu toate acestea, gravitatea acesteia este suficienta pentru a atinge echilibrul hidrostatic, astfel incat sa poata fi considerata o planeta pitica. Aceasta alungire, impreuna cu neobisnuit de rapida rotatie, densitatea mare si albedoul ridicat (datorat suprafetei ingheatate) sunt considerate a fi rezultatul unei coliziuni puternice, care a dus la formarea lui Haumea, precum si a mai multor corpuri transneptuniene mari dar si a celor doi sateliti ai sai (*Hi'iaka* si *Namaka*), singurii cunoscuti pana in momentul redactarii acestei teze [16], [30].

0377 *Sedna* este un obiect transeptunian descoperit de Michael Brown (Caltech), Chad Trujillo (Observatorul Gemeni) si David Rabinowitz (Yale University) in 14 Noiembrie, 2003. Se afla la 88 UA de Soare, de aproximativ trei ori mai indepartat ca si Neptun. Relativ la cele mai multe dintre corpurile TN, orbita sa este mai departe de Soare decat oricare alt candidat cunoscut [30].

Ceea ce a ajuns sa fie cunoscut sub numele de Sedna a fost descoperit in timpul unor observatii efectuate cu telescopul Samuel Oschin de la Observatorul Palomar de langa San Diego, California (SUA) folosind cei 160 megapixeli ai aparatului de fotografiat Palomar Quest' si a fost reobservata pe telescoapele din Chile, Spania, si Statele Unite ale Americii (Arizona, si Hawaii). NASA folosind Telescopul Spatial Spitzer a masurat diametrul sau la aproximativ trei sferturi din cel al lui Pluto (aproximativ de 1.600 de km) [143].

Un alt obiect cu o orbita similara cu Sedna, 2000 *CR105*, dar mai putin extrem, are o distanta la periheliu de 44.3 UA, la afeliu de 394 UA, si perioada orbitala este de 3240 ani. Orbita sa poate rezulta din aceleasi procese care au produs si orbita lui Sedna [122]. La data descoperirii, Sedna se credea ca poseda o neobisnuit de lunga perioada de rotatie (20-50 zile). Noile masuratori facute cu telescopul MMT sugereaza o mult mai scurta perioada de rotatie, de aproximativ 10 ore, ceea ce este tipic pentru corpurile de dimensiunea ei [143].

Din cei patru TN mari, trei (*Eris*, *Pluto*, si 2003 *EL61*) poseda sateliti, si doi au mai mult de unul. Un mare procent dintre obiectele TN mari, poseda sateliti in comparatie cu obiectele mici din centura Kuiper, sugerand ca un alt mecanism a fost responsabil pentru formarea initiala. Exista, de asemenea, un numar mare de obiecte binare in centura Kuiper. Exemplul cel mai notabil este binarul Pluto-Charon, si se estimeaza ca peste 1% din KBO (un procent ridicat!) exista in binare [62].

Pluto are trei sateliti cunoscuti. Cel mai mare, Charon, este mult mai mare comparativ cu satelitul frati dar si decat orice alt satelit al unei planete cunoscute sau planete pitice din Sistemul Solar. Celelalte doua luni, Nix si Hydra, sunt mult mai mici [186].

Sistemul plutonian este foarte compact. Cei trei sateliti cunoscuti orbiteaza in regiunea in care se considera ca orbitele sunt stabile [186]. Cuplul Pluto - Charon a fost denumit planeta dubla, deoarece Charon este mare in

comparatie cu Pluto (jumătate din diametru) și este mai mare decât orice alt satelit al unei planete. Charon este suficient de masiv încât, în ciuda apropierii lor, Pluto orbitează în jurul centrului de greutate al sistemului, situat într-un punct din afara suprafeței sale.

Charon și Pluto sunt legate puternic orbital, astfel încât acestea prezintă întotdeauna aceeași față unul către celălalt [62]. În urma studiilor publicate de Buie și Grundy precum și a calculelor făcute luând în considerare observațiile recente, orbitele sateliților, sunt confirmate a fi circulare și coplanare, cu inclinații foarte puțin diferite, de doar  $0.4^\circ$  și excentricități de mai puțin de 0.005. Inclinațiile sunt la aproximativ  $96^\circ$  față de ecliptică, asadar mișcările sateliților sunt retrograde [186].

Nix și Hydra sunt foarte aproape de o rezonanță orbitală de 1:4:6 cu Charon-Pluto: Nix este în termen de 2.7 % din rezonanță, în timp ce Hydra este în 0.3 %, asadar nefiind într-o rezonanță exactă. Se pare că aceste orbite au o rezonanță fortată indusă în momentul în care au fost asimilate de curentul lui Charon de pe orbita staționară, și apoi au fost eliberați. Astăzi, perechea Pluto-Charon continuă să producă mări foarte puternice, iar câmpul gravitațional al sateliților variind în jur de 15%. La limita inferioară, Nix nu ar trebui să aibă o precesie semnificativă, în timp ce Hydra ar trebui să aibă o precesie cu perioadă de 15 ani. Cu toate acestea, la nivelul lor maxim prevăzut al maselor (presupunând un albedo de 4%), cei doi sateliți se pot afla într-o rezonanță orbitală 3:2 unul cu celălalt, cu perioade de oscilare de 400-450 de zile, iar acest lucru poate fi explicat prin excentricitatea scăzută a orbitei lui Charon. Astfel, datele orbitale exacte pot ajuta la rezolvarea dimensiunii acestor sateliți [122].

Cu toate acestea, recent a fost estimată o rezonanță cu Charon ce ar putea modifica fie pe Nix sau fie pe Hydra din orbitele lor actuale, dar nu pe ambele: excitarea lui Hydra ar fi necesitat o excentricitate a lui Charon de 0.024, în timp ce Nix ar avea nevoie de o excentricitate mai mare, de cel puțin 0,05. Se sugerează ca atât Nix cât și Hydra au fost capturați și au migrat spre interior până când au fost prinși în rezonanță de Charon. [62]

Originile exacte ale Centurii Kuiper și ale structurii sale complexe sunt încă neclare, iar astronomii sunt în așteptarea finalizării observațiilor făcute cu telescopul Pan-STARRS , care ar trebui să dezvăluie mai multe detalii decât cunoaștem în prezent despre corpurile TN [186].

Centura Kuiper, se crede, să fie alcătuită din protoplanete; fragmente din discul original protoplanetar din jurul Soarelui, care nu au reușit să se coaguleze pe deplin în planete, și din corpuri mici; obiectele cele mai mari nefiind mai mari de 3000 de km în diametru [122].

Simularile pe computer arată că obiectele din centura Kuiper au fost puternic influențate de Jupiter și Neptun, și de asemenea sugerează că nici Uranus sau Neptun nu s-ar fi putut forma "in situ" dincolo de Saturn, deoarece prea puțină materie primordială există în spațiul în care se află astăzi aceste obiecte de masă atât de mare. În schimb, aceste planete s-au format mai aproape de Jupiter, dar au fost respinse spre exterior în cursul evoluției timpurii a Sistemului Solar.

Cu toate acestea, modelele prezente încă nu reușesc să țină seama de multe dintre caracteristicile de distribuție, și citând unul dintre articole mai sus menționat, "problemele continuă să provoace metodele de abordare precum și cele mai rapide tehnici hardware de modelare numerică" [190].

Atunci cand un obiect se afla intr-un 'raport exact' cu Neptun, acesta poate deveni blocat, avand o miscare sincronizata cu cea a lui Neptun, fara sa fie perturbat, si asta in cazul in care aliniamentele relative sunt apropiate. In cazul in care, de exemplu, un obiect poseda acelasi tip de orbita, si aceasta orbiteaza in jurul Soarelui de doua ori pentru fiecare trei orbite ale lui Neptun, apoi ori de cate ori se revine la pozitia sa initiala, Neptun va fi intotdeauna la o jumatate de orbita departe de el, deoarece aceasta va avea finalizate doar 11/2 din orbita pentru acelasi perioada de timp. Acest lucru este cunoscut sub numele de rezonanta 2:3 (sau 3:2), si aceasta corespunde la o semi-axa mare de  $\square$  39.4 UA. Aceasta rezonanta 2:3 este comuna pentru aproximativ 200 de obiecte cunoscute, inclusiv Pluto impreuna cu satelitulii sai. Ca recunoastere a acestui fapt, ceilalti membri ai acestei familii sunt cunoscuti ca *plutinoizi*. Unii, cum ar fi *90482 Orcus* si *28978 Ixion*, au o dimensiune de peste jumatate din marimea lui Pluto. Rezonanta de 1:2 corespunde unei semi-axe mari de 47.7 UA, si este intr-o regiune slab populata.

Rezidentii acestei regiuni sunt uneori denumiti *twotinos*. Rezonante minore exista, de asemenea, la 3:4, 3:5, 4:7 si 2:5. Neptun dispune de o serie de obiecte troiene, care ocupa punctele L4 si L5. Troienii lui Neptun sunt adesea descrisi ca fiind in rezonanta 1:1 cu Neptun. Acestia au o stabilitate remarcabila in orbitele lor si este putin probabil sa fi fost capturati de Neptun, ci mai degraba s-au format alaturi de el [6], [62], [186].

Mai mult, exista o absenta relativa de obiecte cu semi-axe mari sub 39 UA care nu pot fi explicate aparent de rezonantele prezente. Una din ipotezele acceptate in prezent pentru aceasta cauza este faptul ca Neptun a migrat inspre exterior: s-a mutat treptat in aceasta regiune, si astfel, orice obiecte din cadrul acestei zone au fost spulberate gravitacional de el [118].

Rezonanta de 1:2 pare a fi o bariera dincolo de care sunt cunoscute doar cateva obiecte. Nu este inca bine cunoscut daca aceasta este de fapt marginea exterioara a Centurii Clasice sau doar inceputul unui mare gol (gap). Obiectele cu rezonanta de 2:5 au fost observate la aproximativ 55 UA, cu mult in afara centurii clasice; cu toate acestea, numarul mare de obiecte de pe aceste orbite nu au fost inca verificate observational [116].

Modelele anterioare ale Centurii Kuiper au sugerat ca numarul de obiectele mari ar creste cu un factor 2, dincolo de 50 UA; astfel incat acesta margine, cunoscuta sub numele de "*Kuiper cliff*", a fost complet neasteptata, iar cauza acesteia, pana in prezent, este necunoscuta. Alan Stern de la *Southwest Research Institute* a sustinut ca un obiect mare, probabil de marimea Pamantului sau a lui Marte, ar putea fi responsabil de aceasta atractie gravitacionala. *Bernstein & Trilling* au gasit dovezi ca lipsa observata de obiecte cu raza de 100 km sau mult mai mari la 50 UA este o certitudine, si nu doar un efect observational [118].

*Discul obiectelor imprastiate* este o regiune slab populata, dincolo de Centura Kuiper, extinsa pana la aproximativ 100 UA sau chiar si mai departe. Obiectele imprastiate ale acestei regiuni, se afla pe orbite eliptice, de obicei, foarte inclinate fata de ecliptica.

Cele mai multe modele matematice ale formarii Sistemului Solar, evidentiaza formarea planetoizilor de gheata din centura Kuiper, in timp ce interactiunile gravitacionale apar mai tarziu, in special cele cu Neptun; unele dintre corpuri au fost impinse spre exterior, in ceea ce astazi numim, *Discul Obiectelor Imprastiate*, (SDO) [118].

Potrivit cataloagului oficial al *Minor Planet Center*, care tine evidenta stricta a tuturor obiectelor transneptuniene (si nu numai), un obiect din KBO, strict vorbind, este orice obiect care orbiteaza exclusiv in centura Kuiper, indiferent de origine sau de compozitie. Obiecte gasite in afara Centurii sunt clasificate ca fiind *Obiecte Imprastiate*. Cu toate acestea, in cercurile stiintifice termenul de "obiect din Centura Kuiper" a devenit sinonim cu orice corp ingheatat, nativ al Sistemului Solar exterior, care a fost parte din aceasta clasa initiala, chiar daca el orbiteaza o mare parte de timp dincolo de Centura Kuiper (de exemplu, in regiunea discului obiectelor imprastiate). *Eris*, obiectul recent descoperit, cunoscut acum a fi mai mare decat Pluto, este adesea mentionat ca obiect din Centura Kuiper (KBO), dar este din punct de vedere tehnic, un SDO. Un consens intre astronomi cu privire la definitia precisa a centurii Kuiper nu a fost inca atins, si aceasta problema ramane deschisa [143].

In contrast cu Centura Kuiper, populatia Discului Imprastiat poate fi perturbata de Neptun. Obiectele din Discul Imprastiat intra in zona gravitacionala a perturbatiilor lui (30 UA). Studiile sugereaza ca *Centaurienii*, o clasa de planetoizi de gheata ce orbiteaza intre Jupiter si Neptun, pot fi pur si simplu impinsi spre interiorul Sistemului Solar de Neptun, facandu-le *obiecte cisneptuniene*, mai degraba decat obiecte transneptuniene imprastiate [165].

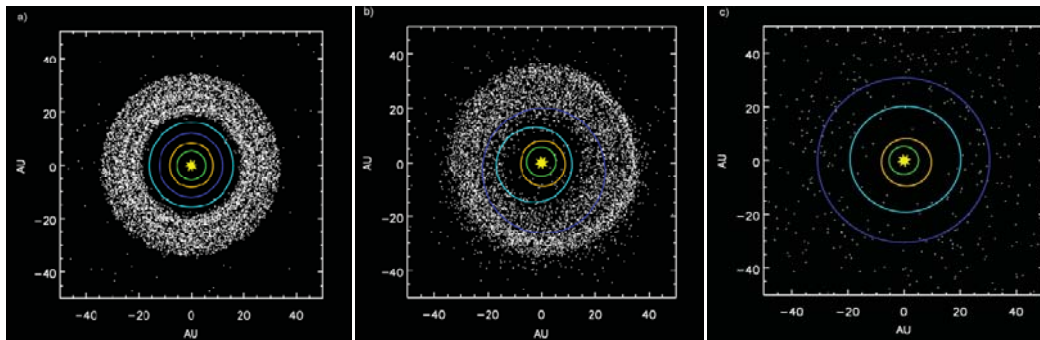
*MPC* face o distinctie clara intre centura Kuiper si Discul Imprastiat; separa obiectele in orbite stabile (Centura Kuiper), de cele din orbitele imprastiate si instabile orbital (Discul Imprastiat si *Centaurienii*). Cu toate acestea, diferenta dintre centura Kuiper si Discul Imprastiat nu este clar evidentiata, si astfel multi astronomi nu considera Discul Imprastiat ca o populatie separata, ci ca o regiune exterioara a Centurii Kuiper. Un alt termen folosit este *Centura Kuiper Imprastiat* (sau SKBO) pentru corpurile imprastiate [118].

Conform modelelor contemporane, discul imprastiat s-a format atunci cand obiecte din Centura Kuiper (KBO) s-au risipit in orbite inclinate datorate interactiunii gravitationale cu Neptun si a altor planete exterioare. Timpul total pentru ca acest proces sa aiba loc ramane incert. Una dintre ipotezele de lucru, estimeaza o perioada egala cu varsta Sistemului Solar; aceasta imprastiere a avut loc relativ repede, in timpul perioadei de migratie a lui Neptun [62], [118].

Modelele matematice de formare a Sistemului Solar, ilustreaza faptul ca sistemul de rezonante slabe din centura Kuiper (cum ar fi 5:7 sau 8:1), sau la limita rezonantelor puternice, face ca obiectele sa dezvolte instabilitati gravitacionala slabe, in decursul a milioane de ani. De-a lungul timpului, obiectele discului imprastiat, treptat, ajung la astfel de evenimente izolate [143].

Simularile pe calculator au sugerat, o mai rapida formare a discului imprastiat. Teoriile moderne indica faptul ca nici chiar Uranus si nici Neptun nu s-ar fi putut forma *in situ*, dincolo de Saturn, deoarece materia primordiala era mult prea putina, relativ la regiunea in care se produc obiecte cu o masa atat de mare. In schimb, aceste planete, si Saturn, probabil s-au format mai aproape de Jupiter, dar s-au deplasat inspre exterior in timpul evolutiei timpurii a Sistemului Solar; si cel mai probabil prin schimbul de moment cinetic cu obiectele imprastiate. Odata ce orbitele lui Jupiter si Saturn s-au mutat la rezonanta 2:1 (Jupiter efectueaza doua orbite complete, pentru fiecare orbita lui Saturn), combinate cu perturbatiile gravitationale, a dus la 'impingerea' orbitelor lui Uranus si Neptun; mai mult chiar, Neptun a fost trimis temporar in

”haosul” din Centura Kuiper primordială, sau așa numită *Proto-Centura Kuiper*. Acest model matematic, presupune ca 90% (sau mai mult) din obiectele din discul împrăștiat au fost împinse pe aceste orbite excentrice, prin rezonanță cu Neptun [62], [64], [186].



**Figura:** Simularea matematică a planetelor exterioare și a Centurii Kuiper:  
a) Producerea rezonanței 2:1 între Jupiter și Saturn; b) Împrăștierea corpurilor din Centura Kuiper în Sistemul Solar, datorită deplasării orbitale a lui Jupiter; c) Momentul imediat următor acestei deplasări. Simulări obținute cu programul Kepler.

## Capitolul 3

### Perturbatiile orbitale

Ipoteza nebuloasei initiale a lui Kant, care a stat la baza teoriilor despre formarea sistemului planetar este veche de aproape 250 de ani, iar dovezile observationale in sprijinul modelului sunt relativ recente. In scenariul standard, corpurile din discul aflat in jurul protostelei incep sa se coaguleze in obiecte macroscopice, care ulterior prin acretie vor deveni obiecte de dimensiuni kilometrice. In momentul in care proto-planetele devin destul de masive pentru a interactiona gravitational, vor incepe acumularile de obiecte. In faza de crestere oligarhica, acumularea este limitata de excitatiile induse de corpurile mari. In discul protoplanetar, cele mai mari planete pot ajunge la o masa de cateva ori mai mare decat cea a Pamantului, suficient pentru a capta gazul nebular si astfel se ajunge la formarea planetelor gigante gazoase. Ramasitele gazului nebular sunt imprastiate de vantul stelar, iar restul de planetesimale (si alte obiecte), sunt imprastiate departe de planetele gigante [121], [107].

#### Calculul perturbatiilor orbitale in cazul integratorului Hermite

In Mecanica Cereasca, trebuie facute urmatoarele distinctii intre [161]:

1. *Metodele Perturbatiilor Generale*, unde solutia este obtinuta sub forma de serii de functii elementare integrabile, si
2. *Metodele Perturbatiilor Speciale*, unde solutia este obtinuta prin metode numerice de integrare.

Pentru metodele perturbatiilor generale, este obligatoriu a nu se utiliza ecuatiile originale de miscare, in coordonate rectangulare, ci ecuatiile diferentiale ale functiilor acestora. Aceasta procedura permite sa se obtina o solutie (analitic cunoscuta) a problemei celor doua corpuri (3.1), deoarece integralele elementelor orbitale sunt asa-numitele *integrale prime* ale miscarii celor doua corpuri [161].

Ambele metode ale perturbatiilor, atat cele generale cat si cele speciale, furnizeaza solutii aproximative ale ecuatiilor de miscare. In primul caz, aproximarile se datoreaza dezvoltarilor in serie, ce trebuiesc incheiate la un anumit ordin iar, uneori, convergenta seriei nu este bine stabilita. In ultimul caz, aproximarile se datoreaza rotunjirii valorii [133], [134].

Metodele speciale de perturbatie pot fi aplicate direct la problema cu valori initiale sau la ecuatiile transformate, ale elementelor orbitale [64].

In acest capitol voi pune accent pe transformari ale problemei cu valori initiale cu scopul de a folosi optim solutiile analitice ale problemei celor doua corpuri. In partea a doua a acestui capitol, voi dezvolta teoria necesara studiului perturbatiilor cu ajutorul integratorului symplectic de tip Yoshida, dezvoltat special pentru studiul miscarii corpurilor mici de la periferia Sistemului Solar. In sectiunile constituate, ecuatiile miscarii perturbate sunt deduse



presupunand ca termenul de perturbare poate fi scris ca gradient de o functie scalara. Ecuatiile rezultate sunt numite *ecuatiile planetare ale lui Lagrange*. Ecuatiile perturbatiilor gaussiene si lagrangiene sunt deduse direct din ecuatiile Newton-Euler, fara a face uz de rezultatele mecanicii analitice. Atat primul ordin cat si ordinele superioare ale perturbatiilor sunt discutate in sectiunile constituate ale capitolului [118], [107].

### **Perturbatiile in cazul integrarii simplectice de tip Yoshida**

Teoria perturbatiilor este un mijloc eficient pentru investigarea dinamicii sistemelor hamiltoniene aproape integrabile. Problema restransa a celor trei corpuri este prototipul unui sistem aproape integrabil. Un exemplu tipic este reprezentat de miscarea unui corp transneptunian sub atractia gravitacionala atat a Soarelui cat si a lui Neptun. Masa transneptunianului este atat de mica, incat se poate presupune ca se misca pe orbita kepleriana. Dinamica corpului mic este in esenta dictata de Soare dar este perturbata de Neptun. Raportul maselor Soare-Neptun se observa ca este *cca.* $10^{-3}$ . Solutia problemei restranse a celor trei corpuri poate fi investigata cu teoria perturbatiilor care a fost elaborata in secolele 18 si 19, iar in prezent, aceasta este utilizata in multe contexte ale mecanicii ceresti, de la calculele de efemeride pana la astrodinamica..

Teoria perturbatiilor in mecanica cereasca se bazeaza pe punerea in aplicare a unor transformari canonice, care ne permit sa gasim solutia unui sistem aproape-integrabil, intr-un bun grad de aproximare. In aceasta sectiune, voi examina teoria perturbatiilor clasica cu referire la integrarea simplectica de tip Yoshida [161].

Algoritmul Yoshida este constructiv, in sensul ca ofera o expresie explicita pentru functia generatoare si pentru transformata hamiltoniana. Subliniez ca este bine definit, cu exceptia cazului in care exista un vector  $m \in \mathcal{I}$  astfel [116]:

$$\omega(I') \cdot m = 0$$

Pe de alta parte, pentru o anumita valoare dependenta de actiune,  $\omega = \omega(I)$  este independenta (ceea ce Inseamna ca relatia este satisfacuta numai pentru  $m = 0$ ), atunci nu apar divizori ai lui zero, desi divizorii pot deveni oricat de mici la o alegere corespunzatoare a vectorului  $m$ .

## Capitolul 4

### Schema Hermite de ordin 8

Deși schema standard a polinomului este cunoscută de peste 30 de ani, avansul rapid în IT (tehnologia informației) a dus la formulări alternative ale algoritmului. Construcția recentă de calculare cu destinație specială, reprezintă o provocare pentru evoluțiile software. Ideea esențială este de a furniza o calculare foarte rapidă a forței și a primei sale derivate, pe sistemele hardware speciale, iar aceste cantități sunt apoi utilizate de sistemul de integrare, care este pus în aplicare pe mașinile de calcul ultra-rapide [1].

În scopul de a crește acuratețea de integrare a valorilor explicite  $\mathbf{F}$  și  $\mathbf{F}^{(1)}$ , este de dorit să includ un corector de înaltă precizie într-o formulare polinomială.

În acest capitol voi discuta cel de-al șaselea și al optulea ordin al integratorului Hermite folosit la integrarea și simularea de  $N$  – corpuri corespunzătoare sistemelor astrofizice. Aceste sisteme nu necesită valorile anterioare ale corectorului; necesită doar o valoare precedentă pentru construirea predictorului. Astfel, sunt destul de ușor de implementat [1]. Costul suplimentar de calcul al ordinelor derivatelor superioare nu este foarte mare. Chiar și pentru sistemul de ordin 8, numărul de operațiuni în virgule flotante pentru calculul în vigoare, este doar aproximativ de două ori mai mare decât cel pentru al patrulea ordin al algoritmului Hermite. Schema Hermite de ordin șase este mai bună decât tradiționala schema de ordin patru, în cele mai multe cazuri. Atunci când este necesară precizia foarte mare, o ordine de ordin este deja mai bună. Acest sistem de ordin mare este cunoscut pentru multe sale avantaje practice. De exemplu, acesta permite un număr mai mare de corpuri să fie integrate în paralel decât schema de ordin patru, rezultând o mai mare eficiență de executare, atât pentru procesoarele clasice cât și în cazul supercalculatoarelor [145].

Aarseth, [1] a introdus ceea ce se numește acum *schema Aarseth* sau *schema standard* pentru integrarea directă gravitațională a ecuațiilor unui sistem de  $N$ –corpuri. Aceasta este o combinație de algoritmi individuali, care permite ca fiecare obiect individual să aibă propriul său timp și pas de timp (time-step), iar variabilele de integrat se află într-un sistem predictor-corrector de tip Adams-Moulton de ordin patru. În cele ce urmează voi descrie ideea de bază a sistemului cu pas de timp individual. În momentul când ecuațiile corpului  $i$  sunt integrate, de la timpul sau  $t_i$  la noul sau timp  $t_i + \Delta t_i$ , calculul accelerației se face doar relativ la noul timp, și pozițiile tuturor celorlalte particule la acel moment de timp sunt precise în același mod. Astfel, schema predictor – corrector Adams-Moulton în modul PEC [predict-evaluate-correct, (rom: prezic-evaluez-corectez)] cu variabile de tip time-step este indicat pentru integrarea individuală, deoarece accelerația necesită calcularea numai la sfârșitul pasului de timp. În plus, în modul PEC, accelerația poate fi calculată din variabilele precise [2].

Dacă nu folosim algoritmul cu pas de timp individual, nu putem schimba pasul folosind algoritmi de integrare de tip Runge-Kutta. Sistemele tip Runge-Kutta nu pot fi combinate cu algoritmul cu pas de timp individual, deoarece acesta necesită calculul accelerației în puncte intermediare. În cazul a

doua corpuri cu pas de timp diferit, in scopul de a integra particule cu timestep lung, avem nevoie de pozitia obiectului in trecut. La implementarea algoritmului cu timestep individual, datele din trecut nu sunt necesare. In principiu, am putea tine traiectoria obiectului in trecut. Din pacate, astfel de sistem nu este inca utilizat pe scara larga, desi o implementare detaliata exista in Makino (2007).

Un alt avantaj al algoritmului Hermite este timpul simetric, atunci cand este utilizat cu modul corectiei in directia convergentei. Aceasta caracteristica este folosita pentru a realiza eficientizarea timpului pentru integrarea de sisteme binare [Funato, 2005] sau a orbitelor aproape circulare [Kokubo, 1998].

### Structura de baza a schemei de timp

In schema timestep individuala, corpul  $i$  are propriul sau timp  $t_i$ , pasul de timp ( $\Delta t_i$ ), pozitia  $\mathbf{r}_i$  si viteza  $\mathbf{v}_i$  la momentul  $t_i$  si acceleratia  $\mathbf{a}_i$ , derivatele temporale ale acceleratiei  $\mathbf{a}_i$ ,  $\ddot{\mathbf{a}}_i$ , ... calculate la momentul  $t_i$ . Integrarea se face in urmatoarii pasi [1]:

1. *Selectam corpul  $i$  cu minimul  $t_i + \Delta t_i$ . Fixam timpul global  $t$  sa corespunda cu minimul  $t_i + \Delta t_i$ ;*
2. *Prezicem pozitia si timpul necesr calcularii tuturor derivatelor fiecarui corp la timpul  $t$  folosind polinoamele de tip predictor ;*
3. *Calculam acceleratia si derivatele sale temporale pentru corpul  $i$  la timpul  $t$ , folosindu-ne de pozitiile prezise;*
4. *Construim derivatele temporale de ordin superior folosind interpolarea Hermite pe baza noilor valori ale acceleratiei si ale derivatei sale la timpul  $t_i + \Delta t_i$  si la timpul precedent  $t_i$ . Aplicam corectia pozitiei si vitezei folosind ordinele superioare ale derivatelor si determinam noul pas de timp  $\Delta t_i$ , apoi actualizam timpul  $t_i$ ;*
5. *Mergem la pasul (1).*

Descrierea de mai sus corespunde algoritmului timestep individual, si o voi folosi la asa-numitii algoritmi *blockstep*, unde pasii de timp sunt cuantificati in puteri ale lui doi. In acest fel, calculam fortele corpurilor in paralel [144].

### Test numeric

In aceasta sectiune, voi arata comportamentul schemei Hermite de ordin sase si opt la integrarea ecuatiilor de miscare a 1000 de corpuri. Am folosit unitatile standard (vezi *Anexa C*) in cazul in care masa totala a sistemului si constanta gravitacionala sunt egale cu unitatea si energia totala a sistemului este de  $-1/4$ . Pentru calcule, am folosit potentialul gravitacional  $\varepsilon = 4/N = 1/256$ . Am folosit algoritmul timestep astfel incat timesteps sa fie limitat la puterile lui 2, si am stabilit o limita superioara de timestep la  $1/16$ . Toate calculele au fost efectuate in standardul dublei precizii IEEE 754 [1].

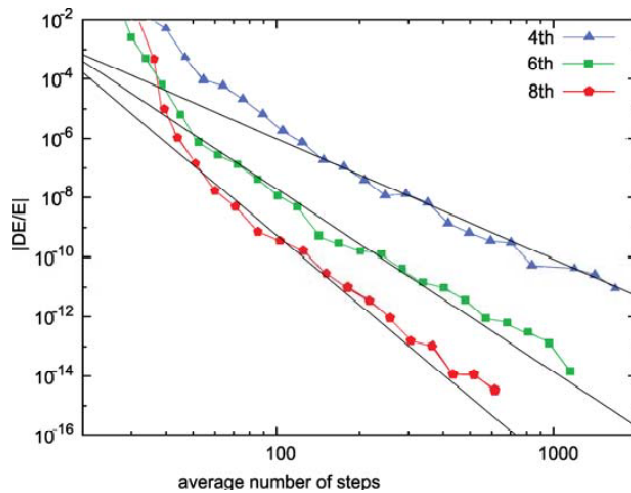


Figura.: Abaterea maxima relativa a energiei totale la integrarea pe intervalul de 10 unitati de timp; unitatile sunt de tip N-body. Rezultatul aratat corespunde ordinelor patru, sase si opt ale metodei Hermite. Cele trei linii punctate arata relatiile medii asteptate ale algoritmului Hermite cu ordin patru, sase si opt.

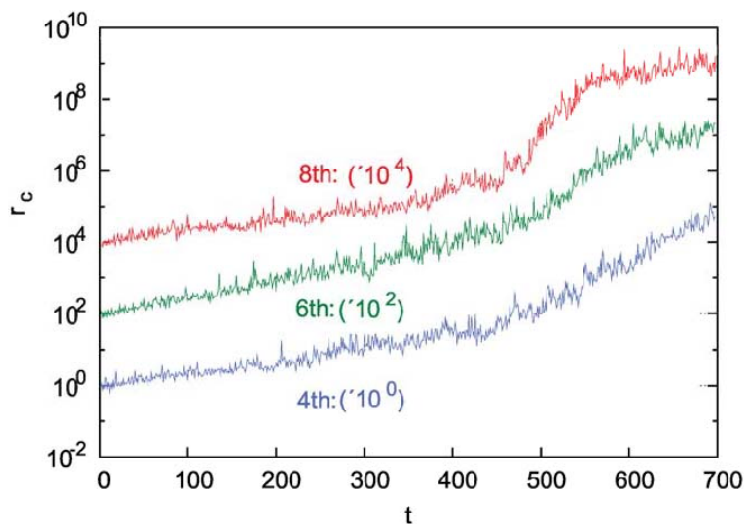


Figura: Evolutia temporală a densitatii centrale  $\rho_c$  în cazul integrării pentru sistemul transneptunian pe termen lung cu integratorul Hermite de ordin patru, șase și opt. Curbele sunt reduse cu un factor 100.

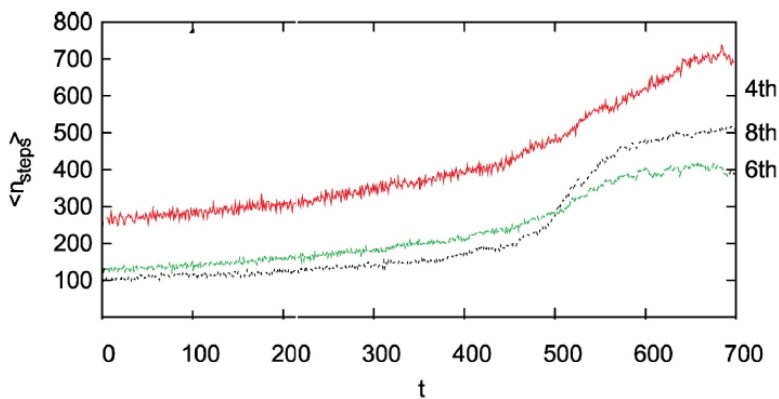


Figura: Media numărului de pași pe obiect pe unitatea de timp  $\langle n_{steps} \rangle$ .

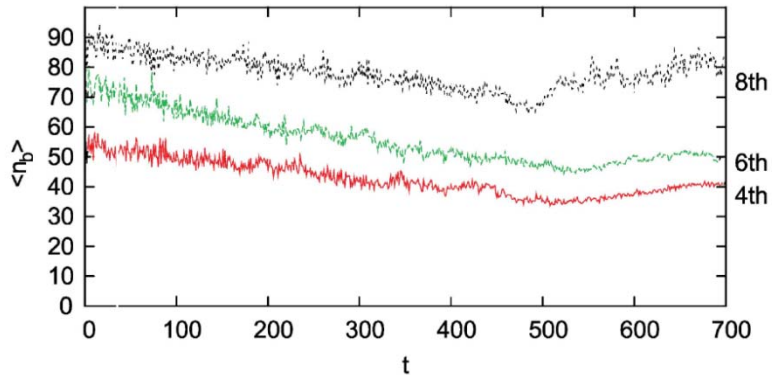


Figura: Media numarului de obiecte folosite la integrarea de tip block-step  $\langle n_b \rangle$ .

## Capitolul 5

### Integratoarele numerice ale ecuatiilor obiectelor transneptuniene

De mii de ani astronomii au fost obligati sa precizeze in avans pozitiile Soarelui, Lunii, pozitiile planetelor sau a sferei ceresti. In mod special in perioada faraonilor egipteni si a babilonului, studiile astronomilor au fost esentiale in realizarea de calendare, folosite nu doar pentru activitatile agricole si diferitele ritualuri religioase, cat si pentru predictiile eclipselor lunare, echinoclii, solstitii, etc. Mai tarziu, legile lui Kepler, au fost scrise pe baza observatiilor directe, fara o intelegere concreta a fenomenelor ce guverneaza 'natura' din spatele acestora. Bineinteles, intelegerea noastra a principiilor de baza ale gravitatiei, au crescut imens in timp de la Newton pana in prezent [64].

Suntem nevoiti sa folosim diferite metode aproximative pentru rezolvarea ecuatiilor de miscare [161]:

1. **Teoria Perturbatiilor.** Teoria Perturbatiilor apeleaza la dezvoltarile in serie ale ecuatiilor de miscare, sau la hamiltonoanul atasat ecuatiilor, ce poate cuprinde sute sau chiar mii de termeni, pentru a calcula analitic aproximatiile solutiei pentru setul de conditii initiale. Rezultatul obtinut este de obicei exprimat in termenii unor serii (chiar si serii Fourier), ce se identifica cu timpul, astfel incat, pentru o anumita data concreta de timp, imediat putem localiza pozitia obiectului in spatiu, sau pe cer.
2. **Metodele numerice de integrare.** Solutia problemei gravitationale a N-corpuri nu poate fi obtinuta astfel incat sa poata fi urmarit sistemul pas cu pas, la orice moment de timp. Procedura de discretizare constituie diferenta majora fata de rezultatul analitic. Solutia este doar o reprezentare a traiectoriei in spatiul fazelor a intregului sistem de ecuatii de miscare.

Datorita enormului progres al puterii de procesare, metodele numerice au devenit foarte populare in ultimele decade. In acest capitol al tezei voi dezvolta cateva metode pe care le-am folosit la rezolvarea problemei celor N corpuri; voi da o exemplificare prin analogie a metodelor si o comparatie directa.

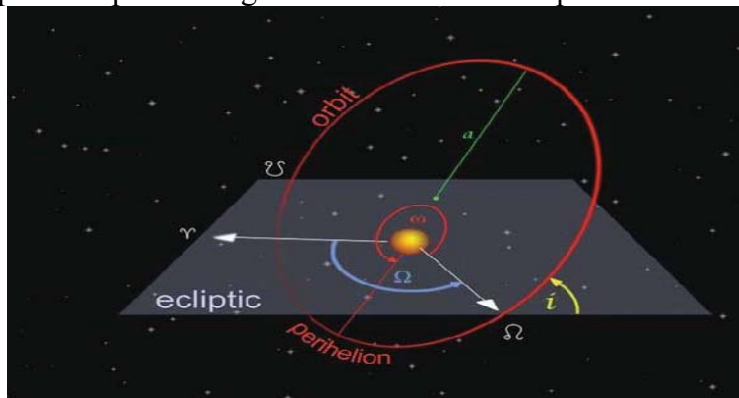


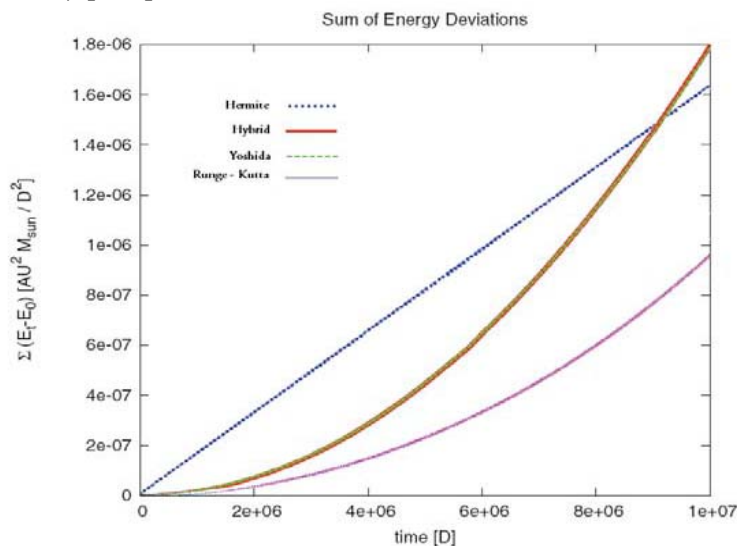
Figura : Cele cinci elemente keplerieme (al sase-lea element este de natura cinematica;) ce definesc orbita: semi-axa mare ( $a$ ), excentricitatea ( $e$ ), inclinatia ( $i$ ), argumentul periheliului ( $\omega$ ), si argumentul nodului ascendent ( $\Omega$ )

Principala problema a algoritmilor simplectici este incapacitatea lor inerenta de a-si adapta dimensiunea pasului in timpul unui calcul in curs de desfasurare. Acest lucru se datoreaza faptului, ca hamiltonianul rezolvat efectiv prin integrarea numerica  $H_{num}$  difera de hamiltonianul analitic  $H_{an}$  printr-o expresie proportionala cu ordinele pasului  $\tau$ , ceea ce inseamna ca schimbarea dimensiunii pasului va modifica automat hamiltonianul integrat, si va distruge astfel proprietatile de conservare ale energiei. Necesitatea calcularii asa numitelor *apropieri stranse*. Apropieriile stranse in dinamica cereasca, lasa utilizatorul algoritmilor simplectici, fara posibilitatea alegerii pasilor mici de integrare, ceea ce va duce la cresterea necesitatilor resurselor de procesare cat si la cresterea erorii totale si a abaterii medii. Extrapolariile de tip Bulirsch-Stoer, ce folosesc atat partea simplectica cat si cea analitica, dezvoltate prin functiile Gauss  $f$  si  $g$  rezolva destul de bine aceste inconveniente, dar aceasta se poate intampla doar pe uni-procesoare .[74]

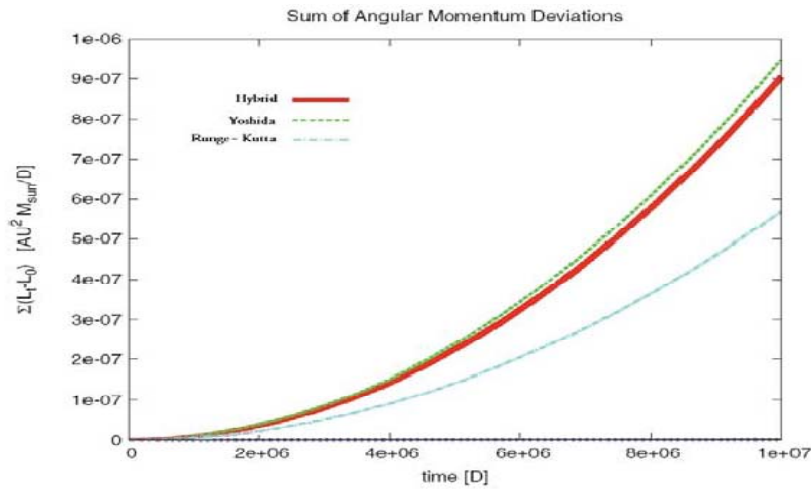
### Performanta numerica

In scopul de a obtine o privire de ansamblu a proprietatilor diferitelor algoritmi voi face o comparatie a metodelor.

Avand in vedere ca problema celor doua corpuri este singurul sistem, care este perfect integrabil, aceasta este o alegere evidenta in acest sens. Pentru testare, am ales sistemul Soare-Jupiter. Condiitiile initiale pentru sistemul precizat sunt disponibile la Solar System Dynamics de la JPL/NASA. Toate calculele numerice s-au efectuat cu ajutorul algoritmului simplectic Yoshida, algoritmul hibrid, continute in pachetul de programe Kepler, pachet ce contine schema Hermite de ordin opt. in ceea ce priveste algoritmul de integrare Runge-Kutta, datele sunt utilizate conform cu metoda Cash-Karp-Runge-Kutta. (vezi Anexa D.) [104]



*Suma deviatiiilor valorilor energiei totale pentru diferiti algoritmi de integrare; acuratetea parametriilor a fost aleasa astfel incat suma deviatiiilor energiei la timpul  $10^7$  unitati, sa aiba acelasi ordin de marime.*



Suma deviatiiilor valorilor momentului unghiular total in cazul diferitelor algoritmi de integrare; acuratetea parametrilor a fost aleasa astfel incat suma deviatiiilor energiei la timpul  $10^7$  unitati, sa aiba acelasi ordin de marime.

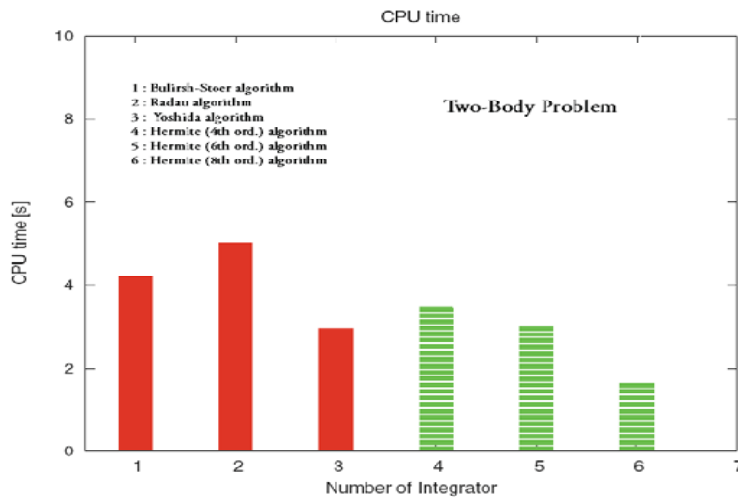


Figura: Timpul CPU necesar pentru a calcula sistemul Soare - Jupiter, pe un interval de  $10^6$  unitati de timp. S-au folosit pachetele de programe SWIFT si KEPLER.

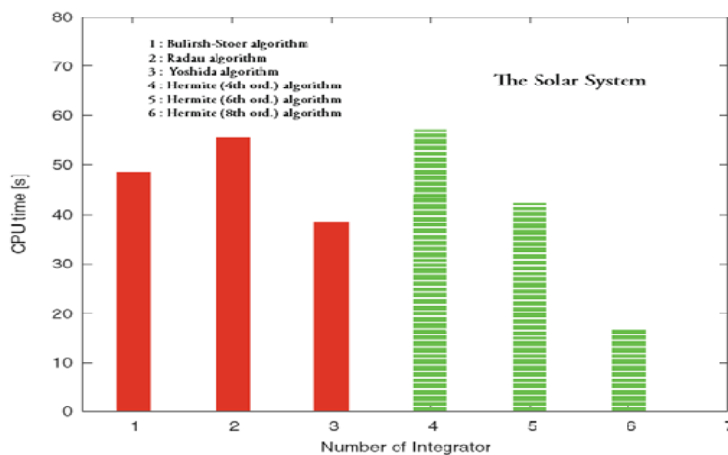


Figura: Timpul CPU necesar pentru a calcula evolutia Sistemului Solar pe o perioada de  $10^6$  unitati de timp. S-au folosit pachetele de programe SWIFT si KEPLER.



Diferențele dintre algoritmi non-simplectici sunt practic limitate la problemele de performanță, și asta conduce la ideea că algoritmi de tip hibrid, sunt recomandați de departe să fie utilizați, pur și simplu pentru că raportul dintre dimensiunea pașului și evaluările funcțiilor este destul de scăzut în comparație cu concurenții săi [34].

## Capitolul 6

### Populatii de obiecte transneptuniene. Subclase dinamice

Populatia transneptuniana este, in mod traditional, impartita in doua sub-populatii: *Discul Imprastiat* si *Centura Kuiper*. Definirea acestor sub-populatii nu este unica, atat MPC cat si diversi autori folosesc adesea criterii diferite.

In prezenta teza, folosesc termenul de *Disc Imprastiat*, acesta fiind regiunea din spatiu care este populata de obiecte care s-au apropiat de Neptun la distanta comparabila cu raza Hill 1, cel putin o data intr-o perioada comparabila cu varsta Sistemului Solar, presupunand ca nu a intervenit nici o modificare substantiala a orbitei planetare. Obiectele care apartin Discului Imprastiat in aceasta clasificare, nu ne ofera nici un indiciu relevant pentru a descoperi arhitectura primordiala a Sistemului Solar. De fapt, orbitele lor actuale s-ar putea sa fi fost realizate incepand de la cele cvasi-circulare ale lui Neptun, in perioada initiala a evolutiei dinamice.

Ma refer la *Centura Kuiper*, ca fiind regiunea transneptuniana populata de obiecte care nu s-au apropiat de Neptun. Prin urmare, excentricitatile neglijabile precum si inclinatiile orbitelor obiectelor centurii Kuiper nu pot fi explicate prin actiunea de imprastiere de pe orbita curenta a planetei, dar ele indica doar faptul ca anumite mecanisme de excitatie, care nu mai sunt prezente in acest moment, au avut loc in trecut.

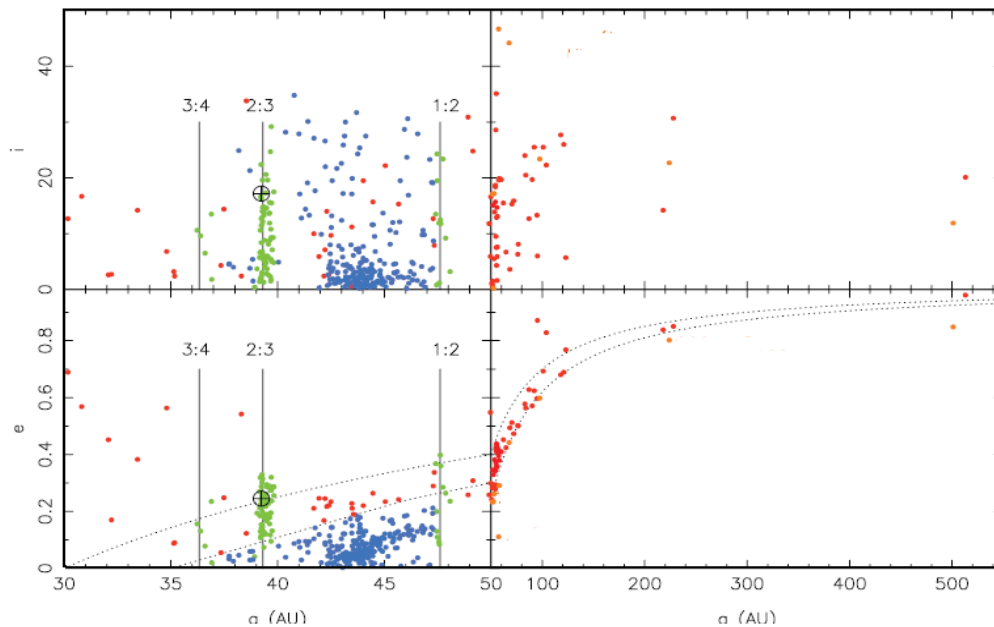


Figura: Distributia orbitala a corpurilor TN, in Noiembrie, 2009. Obiectele din Discul Imprastiat sunt reprezentate in rosu; cele din Discul Imprastiat Extins sunt in portocaliu iar corpurile Centurii Kuiper sunt reprezentate in verde. Figura este un bun indicator cu referire la diferitele subgrupuri ce constituie populatia obiectelor transneptuniene. Linia punctata din figura de jos, este pentru  $q = 30\text{AU}$  si respectiv  $q = 35\text{AU}$ ; Liniile verticale marcheaza rezonantele 3:4, 2:3 si 1:2 cu Neptun. Pozitia lui Pluto este reprezentata printr-un cerc stelat.

Pentru a clasifica obiectele transneptuniene observate in Discul Imprastiat si Centura Kuiper, voi face referire la lucrarile anterioare asupra dinamicii corpurilor transneptuniene in forma arhitecturala actuala a sistemului planetar.

Pentru regiunea  $a < 50AU$ , ma voi referi la rezultatul lui Duncan & Levison (1997), care au cartografiat numeric regiunea spatiala dintre  $32 < a < 50AU$ . Deoarece dinamica este reversibila, aceste regiuni au putut fi vizitate de catre un obiect dupa confruntarea cu planeta. Prin urmare, in conformitate cu definitia de mai sus, acestea constituie Discul Imprastiat. Pentru  $a > 50 AU$  aceasta regiune, poate fi folosita in conformitate cu rezultatele lui Levison & Duncan (1997); evolutiile corpurilor, cu referire la o eventuala intalnire in trecut cu Neptun au fost urmarite pe o perioada de 4 Gy. Desi conditiile initiale nu acopera toate configuratiile posibile, se poate presupune, in mod rezonabil, ca aceste integrari arata cumulativ regiunile de spatiu orbital, care pot fi vizitate de catre corpuri transportate la  $a > 50AU$  de catre Neptun. Din nou, in conformitate cu definitia prezentata mai sus, aceste regiuni constituie Discul Imprastiat.

Figura de mai sus, ne arata distributia obiectelor transneptuniene, care au fost observate pe timpul a cel puțin trei opozitii. Obiectele care apartin Discului Imprastiat, in conformitate cu criteriul prezentat mai sus, sunt afisate ca si puncte rosii. Populatia Centurii Kuiper este la randul sau impartita in doua subpopulatii: *populatia rezonanta* (puncte verzi) si *centura clasica* (puncte albastre). In prima subpopulatie se gasesc obiecte situate in rezonante medii, de miscare, cu Neptun (in esenta, rezonantele 3:4, 2:3 si 1:2, dar, de asemenea, 2:5), in timp ce obiectele clasice ale centurii nu se afla in nici o rezonanta vizibila.

*Rezonanta medie ofera un mecanism de protectie impotriva intalnirilor cu planeta rezonanta.* Pentru acest motiv, populatia rezonanta poate avea distanta la periheliu mult mai mica decat cele ale obiectelor centurii clasice. Obiecte stabile rezonant pot avea chiar treceri orbitale cu Neptun ( $q < 30AU$ ), ca si in cazul lui Pluto. Obiectele in rezonanta 2:3 sunt adesea numite *plutinoizi*, din cauza asemanarii orbitei lor cu cea a lui Pluto. Discul Imprastiat si Centura Kuiper constituie populatii aproximativ egale, in timp ce obiectele rezonante, per-total, sunt pana la aproximativ 10% din obiectele clasice.

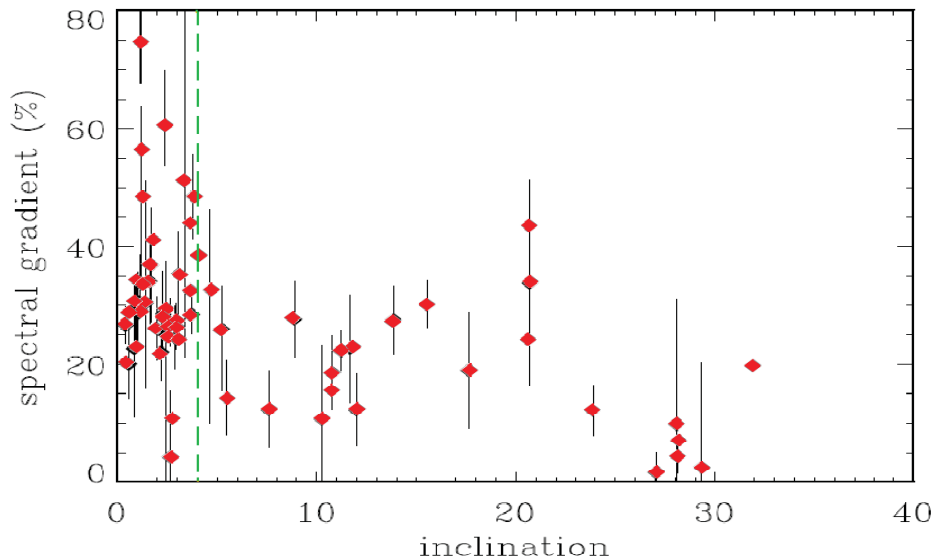
In conformitate cu Gladman [110], voi numi aceste obiecte ca fiind parte a Discului Imprastiat Extins (ESD), pe baza a trei motive:

1. Sunt foarte aproape de limita/granita Discului Imprastiat;
2. Corpurile cu dimensiunile intre 300 si 2000 km, cel mai probabil s-au format mult mai aproape de steaua centrala (Soare), unde acretia a fost suficient de scurta. Aceasta implica, faptul ca ele au fost transportate in pozitia actuala;
3. Lipsa corpurilor cu  $q > 41AU$  si  $50 < a < 200AU$ , nu este o consecinta observationala, deoarece multe obiecte din centura clasica cu  $q > 41AU$  si  $a < 50AU$  au fost descoperite in ultima perioada.

Coexistenta populatiilor *fierbinte* si *rece* in centura clasica ar putea fi rezultatul a uneia din cazurile urmatoare. Fie un subset al populatiei initiale reci a fost excitat, si astfel a condus la crearea populatiei fierbinti, sau populatiile sunt total distincte si s-au format separat. Modul in care se poate determina care este scenariul cel mai probabil, este de a examina proprietatile

fizice ale celor doua populatii. In cazul in care obiectele din sub-populatiile fierbinte si rece sunt fizic diferite, este putin probabil ca acestea sa fi fost initial parte din aceeasi populatie.

Sugestia legata de diferenta fizica intre obiectele fierbinti si respectiv reci a venit de la *Levinson & Stern (2001)*, care au remarcat ca cele mai stralucitoare obiecte din centura clasica sunt preferential gasite pe orbite cu inclinatie mare. Aceasta concluzie a fost recent verificata independent de *Tsiganis et.all (2005)*, cu un studiu al obiectelor luminoase, care a acoperit *aprox. 70%* din ecliptica si au fost gasite multe obiecte fierbinti, si doar cateva reci intre cele clasice.



**Figura.** Gradientul de culoare in functie de inclinatie, pentru obiectele centurii Kuiper. Graficul a fost realizat folosind datele MBOSS (Minor Bodies in the Outer Solar System)

## Capitolul 7

### Dinamica pe termen lung a corpurilor transneptuniene

În problema restransă a celor trei corpuri, considerăm sistemul format din Soare, o planetă și un corp mic (un corp TNO, în cazul de față Eris), corpul mic este în echilibru în punctele Lagrange ( $L_4$  și  $L_5$ ). Transneptunienii din vecinătatea  $L_4$  și  $L_5$  pentru una din planetele sistemului solar se numesc transneptunieni troieni, după denumirea grupului de asteroizi găsiți în jurul punctelor Lagrange ale lui Jupiter. Obiecte pe orbite de tip "troian" din jurul lui Marte și (temporar) în jurul Pământului au fost descoperite în diferite ipostaze. Orbitele de tip troian din jurul lui Saturn și Uranus s-au dovedit a fi instabile datorită perturbărilor celorlalte planete.

În același fel, în cazul lui Neptun, posibilitatea orbitelor stabile din jurul punctelor Lagrange, dovedită în foarte multe articole, de ex. [118, 165, 192], înaintea descoperirii primului troian neptunian, 2001 QR322 [178]. Până în prezent, șase troieni neptunieni au fost confirmați în jurul punctului  $L_4$  al lui Neptun. Un sumar al proprietăților orbitale este prezentat în Tabelul de mai jos. Este de așteptat existența mai multor corpuri troiene ale lui Neptun, decât cele ale lui Jupiter, în sensul că număr și masa totală [185]. După aceste descoperiri, tot mai multe articole sunt axate pe troienii lui Neptun, în special pe stabilitatea orbitală și originea acestor corpuri, sau pe formarea unei priviri de ansamblu asupra regiunilor din jurul punctelor Lagrange, de ex. [73, 75, 45].

Designation	$M$	$\omega$	$\Omega$	$i$	$e$	$a$ (AU)
2001 QR322	57.88	160.8	151.6	1.3	0.031	30.302
2004 UP10	341.28	358.5	34.8	1.4	0.028	30.212
2005 TN53	287.04	85.7	9.3	25.0	0.065	30.179
2005 TO74	268.10	302.6	169.4	5.3	0.052	30.190
2006 RJ103	238.64	27.1	120.8	8.2	0.028	30.077
2007 VL305	352.88	215.2	188.6	28.1	0.064	30.045

Tabelul 7.1: Orbitele celor șase troieni neptunieni observați, la momentul  $JD=2454800.5$  în concordanță cu ecliptica la  $J2000.0$ . Argumentul periheliului  $\omega$ , longitudinea nodului ascendent  $\Omega$  și inclinația orbitală  $i$  sunt date în grade.

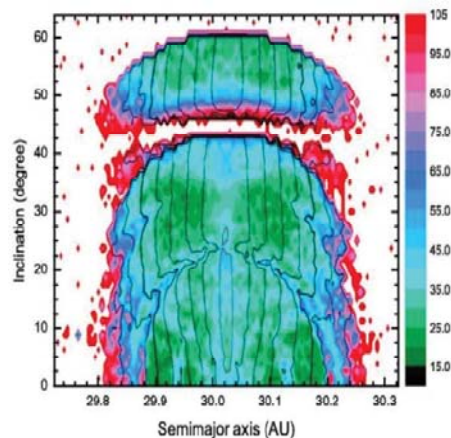
În acest capitol, voi investiga stabilitatea orbitală și voi încerca să găsesc posibile regiuni în care troieni primordiali au putut supraviețui până în prezent. Folosind metoda analizei de frecvență, voi construi hărți de dinamică, pentru a găsi cele mai stabile regiuni.

Deoarece punctul  $L_5$  al lui Neptun, se află în direcția centrului galactic, nu este favorabil pentru observațiile acestor corpuri și nu va fi surprinzător să observăm că toate corpurile din tabelul de mai sus, se află în jurul punctului  $L_4$ . Observațiile au arătat că se găsesc mai multe obiecte în jurul lui  $L_4$  decât în jurul lui  $L_5$ , iar această asimetrie între  $L_4$  și  $L_5$  pentru Neptun a fost dovedită în [118]. Și această asimetrie întâlnită, va fi discutată în acest capitol.

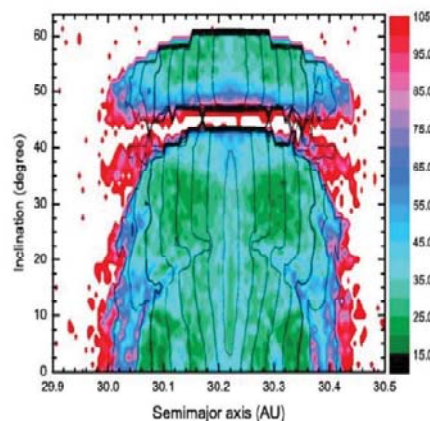
Cu mult timp în urmă, distribuția asimetrică a regiunii stabile în jurul punctelor  $L_4$  și  $L_5$  ale lui Neptun a fost demonstrată ca ne fiind foarte stabilă.

De exemplu, schimbariile intervenite in semi-axa mare de regiunii stabile din jurul lui  $L4$  si  $L5$  au fost observate atunci cand particulele test din exteriorul Sistemului Solar au fost integrate pe o perioada de 20, Myr [118]. Nesvorny and Dones au sustinut ca distributiile asimetrice ale regiunii stabile nu sunt altceva decat efectele artificiale induse de alegerea conditiilor initiale.

Cand am stabilit conditiile initiale pentru particulele test, le-am ales simetric distribuite in jurul punctelor  $L4$  si  $L5$ . Este demn de subliniat ca aceasta simetrie este valabila numai in sistemul format din Soare, Neptun si troian. Dar sistemul real evolueaza simetric in ceea ce priveste centrul de greutate, care nu este exact in Soare. Un astfel de argument a fost propus, de asemenea de Marzari [167]. Mai recent, Dvorak [65], a demonstrat prin experimente numerice ce selectie adecvata a conditiilor initiale este posibila. Cu toate acestea, doresc sa arat aici o alta dovada: am construit doua harti dinamice pentru troienii din jurul  $L4$  si  $L5$  (a se vedea figurile 7.1, a si b) (Aceste harti dinamice au fost construite de catre autor impreuna cu Prof. Dr. Dvorak, pe timpul stagiului autorului la Universitatea din Viena, Austria). Privindu-le cu atentie, observam ca ele sunt simetrice, cu exceptia schimbarii semi-axei mari.



*Harta dinamica din jurul punctului  $L4$ . Culoarea indica numarul spectral. Verdele este caracteristic miscarii regulate, in timp ce rosul este specific miscarilor haotice. Din referintele bibliografice, cunoastem ca orbitele cu  $SN > 50$ , nu raman stabile pe o perioada comparabila cu varsta Sistemului Solar.*



*Aceiasi caracteristici ca si in figura precedenta, dar in jurul punctului  $L5$ .*

Inainte de a continua cu caracteristicile hartilor dinamice, vom efectua o integrare pe termen lung cu ajutorul pachetului Kepler, iar ulterior facem o

comparare a acestor rezultate cu cele din literatura de specialitate. Pentru reprezentarea cantitatilor analizei dinamice, am ales simularea lui Eris, in mediul format de toate corpurile transneptuniene cunoscute si catalogate, pana la elaborarea acestei teze.

Exista structuri fine care poseda o multime de informatii despre dinamica orbitala. Pentru a obtine o imagine de ansamblu a stabilitatii orbitale si a mecanismelor ascunse ce guverneaza aceasta regiune a Sistemului Solar, vom avea nevoie de mult mai multe detalii obtinute la diferite inclinatii. Aceasta activitate ramane in studiu si aceste rezultate vor fi publicate intr-o lucrare separata.

De la primul troian al lui Neptun troian gasit in anul 2001, numarul lor creste constant, iar acum sunt cunoscuti 6 astfel de troieni in jurul punctului Lagrange  $L_4$ . Este interesant de notat ca doi dintre acesti troieni se afla pe orbite foarte inclinate. Prin urmare, studiul din aceasta teza va continua in special in cazul troienilor cu orbite inclinate.

Am verificat in primul rand simetria dintre punctele  $L_4$  si  $L_5$ . Am constatat ca troienii ce graviteaza in jurul acestor doua puncte au aceeasi stabilitate. Singura diferenta dintre ele consta in valoarea semi-axelor mari ale orbitelor. Aceasta diferenta a fost gasita datorita selectiei asimetrice a conditiilor initiale.

Limita superioara a zonei de stabilitate este in jurul inclinatiei aproximative  $i_0 = 60^\circ$  s-a dovedit a fi cauzata de rezonanta Kozai, in care argumentul periheliului oscileaza in jurul lui  $\omega \approx 320^\circ$ , cu totul alta valoare decat bine-cunoscutele valori de  $0^\circ(180^\circ)$  sau  $90^\circ(270^\circ)$ . O rezonanta seculara a fost identificata in jurul valorii  $i_0 \approx 44^\circ$ , in cazul in care diferenta dintre longitudinea troianului si Neptun oscileaza in jur de  $\approx 270^\circ$ . Am constatat de asemenea ca rezonanta seculara are loc doar la inclinatii mici. La construirea expresiilor analitice am analizat structurile sensibile observate in harta dinamica a planului  $(a_0, i_0)$ .

## Capitolul 8

### Pachetul de programe KEPLER

KEPLER este un pachet de programe software pentru simularea evolutiei sistemelor de corpuri transneptuniene (si nu numai) cat si pentru analizarea rezultatelor obtinute in urma simularilor respective. Aceasta colectie de programe (routines sau tools ) sunt asamblate sub sistemul de operare UNIX. Rezultatele diferitelor parti componente, pot fi combinate intr-o mare varietate de procedee, pentru studiul diferitelor sisteme astronomice (de ex. evolutia TNO, evolutia sistemelor planetare, sau chiar roiuri stelare).

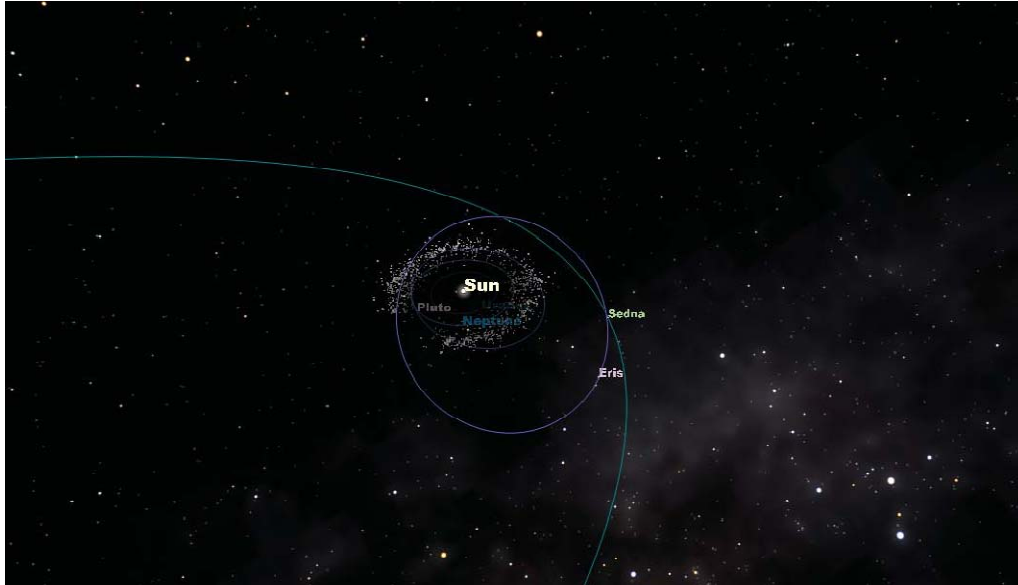
Corpurile pe care le studiem astfel, pot fi planete, corpuri mici, praf interstelar, sau chiar sisteme stelare, unde stelele sunt atat de aproape unele de altele incat pot intra in coliziune, avand interesante si complexe interactii.

Lucrul pare foarte simplu la o prima evaluare, doar rezolvarea ecuatiilor de miscare ale lui Newton, pentru fiecare corp, corp aflat sub influenta interactiunilor gravitationale ale tuturor celorlalte corpuri din sistemul de studiu. Intr-adevar, cel mai direct tratament matematic este sa scriem un program care face asta, adica integreaza sisteme diferentiale relativ simple, asa cum vom vedea in randurile de mai jos. Atata timp cat corpurile raman bine separate unul de celalalt, chiar si un program simplu va face o simulare rezonabila. Din motive istorice, un astfel de program se numeste program N-body (program pentru studiul miscarii a N-corpuri).

In practica, insa, chiar si un mic grup de corpuri va forma spontan unul sau mai multe sisteme binare. Acest lucru a fost descoperit experimental la inceputul anilor saizeci. O modalitate de a intelege acest rezultat, este tratarea din punct de vedere energetic. Atunci cand un sistem binar este format, o cantitate de energie trebuie sa fie eliberata. Motivul este faptul ca cele doua corpuri dintr-un sistem binar sunt parte a unui sistem fortat, ceea ce inseamna ca energia totala este negativa, in timp ce doua corpuri ce se intalnesc reciproc, in care unul vine de la o distanta, au o energie pozitiva. Cand trei obiecte sunt impreuna la intampinare, exista o sansa ca doua dintre cele trei sa ramana legate, in timp ce al treilea scapa, acesta va transporta excesul de energie.

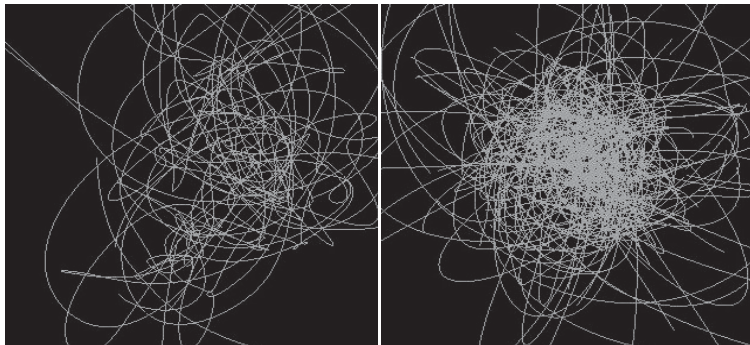
De indata ce apare un binar, un cod simplu cu pasi de timp constanti, va da erori inacceptabil de mari. La o prima modificare este necesara introducerea unui pas de timp adaptat. In cel mai simplu caz, toate particulele vor imparti in continuare aceeasi marime a pasului de timp, dar dimensiunea va fi schimbata in timp, in scopul de a rezolva in mod adecvat apropierea stransa dintre particule. Cu toate acestea, chiar si un singur binar poate impune un pas de timp mic asupra sistemului, ceea ce va duce la incetinirea intregului proces.





**Figura.** *Orbitele lui Pluto, Eris si Sedna intre obiectele transneptuniene. Simulare efectuata cu pachetul Kepler, pentru data de 10 Februarie 2011.*

Cea mai simpla abordare pentru a determina forta totala a fiecarui obiect, datorat tuturor celorlalte obiecte din sistem, necesita  $O(N^2)$ , evaluari pe timestep, ceea ce este relativ greu de rezolvat pentru sistemele mari ce trebuie sa fie evaluate pe parcursul a multor pasi de timp. In general, cateva mii de obiecte sunt necesare inainte ca metoda sa devina competitiva cu metodele alternative de complexitate asimptotica mare.



*Reprezentarea modelului a 10 si respectiv 100 de corpuri cu KEPLER.*



*Simularea numerica a Norului Oort cu pachetul Kepler*

## ***Concluzii***

Prezenta teza si-a propus analiza evolutiei dinamice a corpurilor transneptuniene, prin metode numerice in concordanta cu realitatea fizica, si anume integrarea numerica a ecuatiilor de miscare ale acestor corpuri, pe termen lung, studiul stabilitatii dinamice, originii acestor corpuri precum si evolutiile ulterioare in vederea gasirii unor domenii rezonante in miscare si aplicarea rezultatelor gasite, la planetele extrasolare.

Dintre toate, centura Kuiper ne-a invatat cel mai mult despre originea si evolutia planetelor. Migratia planetelor a avut un rol cavarsitor in pozitionarea actuala a obiectelor centurii Kuiper. Chiar mai mult decat atat, in centura Kuiper gasim evidenta trecerii planetelor gigante printr-o faza temporara de instabilitate violenta. De asemenea, centura Kuiper ne arata formarea planetesimalelor si cresterea in dimensiune a corpurilor mari (deoarece corpurile care populeaza discul TNO, contin probe din regiuni diferite ale discului protoplanetar, unde acretia s-a produs sub diferite aspecte.) Astfel, avem un adevarat 'laborator', unde putem testa si calibra, diferitele modele matematice de formare, acretie si evolutie ulterioara a corpurilor din acest volum spatial.

Cu toate acestea, modelele prezente inca nu reusesc sa tina pasul cu toate noile descoperiri ale caracteristicilor de distributie, si citand unul dintre articolele mai sus mentionate, teoria continua sa provoace metodele de abordare precum si cele mai rapide tehnici hardware de modelare numerica.

## Bibliografie

- [1] Aarseth S.J. 1960 *A chain regularization method for the few-body problem*; **MNRAS** **35**, 297.
- [2] Aarseth S.J. 2005. *Direct methods for N-body simulations in Multiple Time Scales*; **A&A** **35**, 237.
- [3] A'Hearn, M.F., Belton, M.J.S., Delamere, W.A. & 30 coauthors 2005. *Deep Impact: Excavating comet Tempel* ; **Science** **310**, 258–264.
- [4] Abe M, et al. 2006. *Near-Infrared Spectral Results of Asteroid Itokawa from the Hayabusa Spacecraft*, **Science** **312**, 1334.
- [AstDyS] AstDyS — Asteroids Dynamic Site , <http://hamilton.dm.unipi.it/>.
- [AstOrb] AstOrb — The Asteroid Orbital Elements Database , <ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.html>.
- [7] Bahcall, J.N., Pinsonneault, M.H., Basu, S., 2001. *Solar models: Current epoch and time dependences, neutrinos, and helioseismological properties*. *Astrophys. J.* **555**, 990–1012.
- [8] Bell, J.F., 1989. *Mineralogical clues to the origin of asteroid dynamical families*. **Icarus** **78**, 426–440.
- [9] Benz, W., Asphaug, E., 1999. *Catastrophic disruptions revisited*. **Icarus** **42**, 5–20.
- [10] Bertotti, B., Farinella, P., Vokrouhlický, D., 2003. *Physics of the Solar System*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [11] Binzel R.P. *Collisional evolution in the EOS and Koronis asteroid families – Observational and numerical results*, 1998, **Icarus** **73**, 303.
- [12] Binzel, R.P., 1988. *Collisional evolution in the Eos and Koronis asteroid families: Observational and numerical results*. **Icarus** **73**, 303–313.
- [13] Binzel, R.P., 1988. *Collisional evolution in the Eos and Koronis asteroid families: Observational and numerical results*. **Icarus** **73**, 303–313.
- [14] Binzel, R.P., Rivkin, A.S., Stuart, J.S., Harris, A.W., Bus, S.J., Burbine, T.H., 2004. *Observed spectral properties of near-Earth objects: Results for population distribution, source regions, and space weathering processes*. **Icarus** **170**, 259–294.
- [15] Bottke W. F. Jr., Richardson D. C., Michael, P., Love S.G. 1999. *1620 Geographos and 433 Eros: Shaped by Planetary Tides?*, **AJ** **117**, 1921.
- [16] Bottke, W.F., Durda, D.D., Nesvorný, D., Jedicke, R., Morbidelli, A., Vokrouhlický, D., Levison, H.F., 2005a. *The fossilized size distribution of the main asteroid belt*. **Icarus** **175**, 111–140.
- [17] Bottke, W.F., Durda, D.D., Nesvorný, D., Jedicke, R., Morbidelli, A., Vokrouhlický, D., Levison, H.F., 2005b. *Linking the collisional history of the main asteroid belt to its dynamical excitation and depletion*. **Icarus** **179**, 63–94.
- [18] Bottke, W.F., Durda, D.D., Nesvorný, D., Jedicke, R., Morbidelli, A., Vokrouhlický, D., Levison, H.F., 2005c. *The origin and evolution of stony meteorites*. in *Dynamics of Populations of Planetary Systems* (Z. Knežević and A. Milani, Eds.), pp. 357–374. Cambridge University Press, Cambridge.
- [19] Bottke, W.F., Jedicke, R., Morbidelli, A., Petit, J.-M., Gladman, B., 2000a. *Understanding the distribution of near-Earth asteroids*. **Science** **288**, 2190–2194.
- [20] Bottke, W.F., Nolan, M.C., Greenberg, R., Kolvoord, R.A., 1994. *Velocity distributions among colliding asteroids*. **Icarus** **107**, 255–268.
- [21] Bottke, W.F., Rubincam, D.P., Burns, J.A., 2000b. *Dynamical evolution of main belt meteoroids: Numerical simulations incorporating planetary perturbations and Yarkovsky thermal forces*. **Icarus** **145**, 301–331.

- [22] Bottke, W.F., Morbidelli, A., Jedicke, R., Petit, J.-M., Levison, H.F., Michel, P., Metcalfe, T.S., 2002a. *Debiased orbital and absolute magnitude distribution of the near-Earth objects*. **Icarus** **156**, 399–433.
- [23] Bottke, W.F., Nesvorný, D., Grimm, R.E., Morbidelli, A., O'Brien, D.P., 2006. *Iron meteorites are remnants of planetesimals formed in the terrestrial planet region*. **Nature** **439**, 821–824.
- [24] Bottke, W.F., Vokrouhlický, D., Rubincam, D.P., Brož, M. 2002b. *Dynamical evolution of asteroids and meteoroids using the Yarkovsky effect*. in: Asteroids III (W.F.Bottke, A. Cellino, P. Paolicchi, R.P. Binzel, Eds.), pp. 395–408. Arizona University Press, Tucson.
- [25] Bottke, W.F., Vokrouhlický, D., Brož, M., Nesvorný, D., Morbidelli, A., 2001. *Dynamical Spreading of Asteroid Families by the Yarkovsky Effect*. **Science** **294**, 1693–1695.
- [26] Bowell, E.K., Muinonen, K., Wasserman, L.H., 1994. *A public-domain asteroid orbit database*. in Asteroids, Comets and Meteors 1993 (A. Milani, M. Di Martino and A. Cellino, Eds.), pp. 477–481. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [27] Bowell, E., 2007, *Introduction to ASTORB*, available from <ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.html>
- [28] Brouwer, D., 1951. *Secular variations of the orbital elements of minor planets*. **Astron.J.** **56**, 9–32.
- [29] Brown, E.W., 1932. *Observation and gravitational theory in the Solar System*. **Publ. Astron. Soc. Pacific** **44**, 21–40.
- [30] Brown, E.W., 2001. **MNRAS** **344**, 321.
- [31] Broz, M., 1999. *Orbital evolution of the asteroid fragments due to planetary perturbations and Yarkovsky effects*. Ph.D. thesis, Charles Univ., Prague.
- [32] Broz, M. 2002, *A faster version of the SWIFT-MVS integrator and implementation of the Yarkovsky Force*. Poster No. 05.19p presented at the Asteroids, Comets and Meteors meeting, Berlin.
- [33] Burbine, T.H., Binzel, R.P., Bus, S.J., Clark, B.E., 2001. *K asteroids and CO3/CV3 chondrites*. **Meteorit. Planet. Sci.** **36**, 245–253.
- [35] Burbine, T.H., McCoy, T.J., Meibom, A., Gladman, B., Keil, K., 2002. *Meteoritic parent bodies: their number and identification*. in: Asteroids III (W.F. Bottke, A. Cellino, P. Paolicchi and R.P. Binzel, Eds.), pp. 653–667. Arizona University Press, Tucson.
- [38] Burns, J.A., Lamy, P.L., Soter, S., 1979. *Radiation forces on small particles in the solar system*. **Icarus** **40**, 1–48.
- [39] Bus, S.J., Binzel, R.P., 2002a. *Phase II of the small main-belt asteroid spectroscopic survey. The observations*. **Icarus** **158**, 106–145.
- [40] Bus, S.J., Binzel, R.P., 2002b. *Phase II of the small main-belt asteroid spectroscopic survey. A feature-based taxonomy*. **Icarus** **158**, 146–177.
- [41] Campo Bagatin, A., Petit, J.-M., 2001. *Effects of the geometric constraints on the size distributions of debris in asteroidal fragmentation*. **Icarus** **149**, 210–221.
- [42] Čapek, D., Vokrouhlický, D., 2004. *The YORP effect with finite thermal conductivity*. **Icarus** **172**, 526–536.
- [43] Cappacioni, F., Cerroni, P., Coradini, M., Farinella, P., Flamini, E., Martelli, G., Paolicchi, P., Smith, P. N., Zappala, V. 1984. **Nature** **308**, 832.
- [44] Carpino, M., Gonczi, R., Farinella, P., Froeschlé, Ch., Froeschlé, C., Paolicchi, P., Zappalà, V., 1986. *The accuracy of proper orbital elements and the properties of asteroid families: Comparison with the linear theory*. **Icarus** **68**, 55–76.
- [45] Carpino M., Milani A., Nobili A.M., 1987, **A&A**, 181, 182
- [46] Carruba V., Michtchenko T.A., Roig F., Ferraz-Mello, S., Nesvorný, D. 2005. *On the V-type asteroids outside the Vesta family. I. Interplay of nonlinear*

*secular resonances and the Yarkovsky effect: the cases of 956 Elisa and 809 Lundia*, **A&A** 441, 819

[47] Carruba, V., Burns, J.A., Bottke, W.F., Nesvorn'y, D., 2003. *Orbital evolution of the Gefion and Adeona asteroid families: close encounters with massive asteroids and the Yarkovsky effect*. **Icarus** 162, 308–327.

[48] Carruba, V., Ferraz-Mello, S., Michtchenko, T.A., Roig, F., Nesvorn'y, D., 2005. *On the V-Type asteroids outside the Vesta family. I: Interplay of non-linear secular resonances and the Yarkovsky effect. The cases of 956 Elisa and 809 Lundia*. **Astron.& Astrophys.**441, 819–830.

[49] Catullo, V., Zappala, V., Farinella, P., Paolicchi, P. 1984. *Analysis of the shape distribution of asteroids*, **A&A** 138, 464

[50] Cellino, A., Michel, P., Tanga, P., Zappal'a, V., Paolicchi, P., Dell'Oro, A., 1999. *The velocity-size relationship for members of asteroid families and implications for the physics of catastrophic collisions*. **Icarus** 141, 79–95.

[51] Cellino, A., Bus, S.J., Doressoundiram, A., Lazzaro, D., 2002. *Spectroscopic properties of asteroid families*. in: Asteroids III (W.F. Bottke, A. Cellino, P. Paolicchi and R.P. Binzel, Eds.), pp. 633–643. Arizona University Press, Tucson.

[53] Chambers J.E., 1999, **MNRAS**, 304, 793

[54] Chapman, C.R., Paolicchi, P., Zappal'a, V., Binzel, R.P., Bell, J.F., 1989. *Asteroid families: Physical properties and evolution*. in: Asteroids II (R.P. Binzel, T. Gehrels and M.S. Matthews, Eds.), pp. 86–415. University of Arizona Press, Tucson.

[55] Chapman, C. R., Merline, W. J., Thomas, P. 1999. *Cratering on Mathilde*, **Icarus** 40, 28.

[56] Chapman, C.R., 2002. *Cratering on asteroids from Galileo and NEAR Shoemaker*. in book Asteroids III (W.F. Bottke, A. Cellino, P. Paolicchi and R. Binzel, Eds.), pp. 315–330. University of Arizona Press, Tucson.

[57] Chapman C.R., Merline, W. J. Thomas, P. C., Joseph, J., Cheng, A., F., Izenberg, N. 2002. *Impact History of Eros: Craters and Boulders*, **Icarus** 155, 104

[58] Chesley, S.R., Ostro, S.J., Vokrouhlick'y, D., Āapek, D., Giorgini, J.D., Nolan, M.C., Margot, J.-L., Hine, A.A., Benner, L.A.M., Chamberlin, A.B., 2003. *Direct detection of the Yarkovsky effect by radar ranging to asteroid 6489 Golevka*. **Science** 302, 1739–1742.

[59] Dahlgren, M., 1998. *A study of Hilda asteroids. III. Collision velocities and collision frequencies of Hilda asteroids*. **Astron. Astrophys.**336, 1056–1064.

[60] Davis, D.R., Chapman, C.R., Weidenschilling, S.J., Greenberg, R., 1985. *Collisional history of asteroids: Evidence from Vesta and the Hirayama families*. **Icarus** 63, 30–53.

[61] Davis, D.R., Farinella, P., Paolicchi, P., Weidenschilling, S.J., Binzel, R.P., 1989. *Asteroid collisional history: Effects on sizes and spins*. in: Asteroids II (R.P. Binzel, T. Gehrels and M.S. Matthews, Eds.), pp. 805–826. Arizona University Press, Tucson.

[DE405 ephemeris] DE405 — JPL Planetary and Lunar Ephemerides, <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/export/>.

[63] Dell'Oro, A., Bigongiari, G., Paolicchi, P., Cellino, A., 2004. *Asteroid families: evidence of ageing of the proper elements*. **Icarus** 169, 341–356.

[64] Dermott, S.F., Murray, R., , 1995. *Solar System Dynamics*, Cambridge University Press.

[65] Dermott, S.F., Grogan, K., Durda, D.D., Jayaraman, S., Kehoe, T.J.J., Kortenkamp, S.J., Wyatt, M.C., 2001. *Orbital evolution of interplanetary dust*. in: Interplanetary Dust (E. Grun, B.A.S. Gustafson, S.F. Dermott and H. Fechtig, Eds.), pp. 569–639. Springer, Berlin.

[66] Dohnanyi, J.W., 1969. *Collisional models of asteroids and their debris*. **J. Geophys. Res.**74, 2531–2554.

- [67] Doressoundiram, A., Barucci, M.A., Fulchignoni, M., Florczak, M., 1998. *Eos family: A spectroscopic study*. **Icarus** **131**, 15–31.
- [68] Duncan M.J. & Levison H.F., 1997, **Science** **276**, 431–440.
- [69] Durda, D.D., Greenberg, R., Jedicke, R., 1998. *Collisional models and scaling laws: A new interpretation of the shape of the main-belt asteroid size distribution*. **Icarus** **135**, 431–440.
- [70] Durda, D.D., Bottke, W.F., Enke, B.L., Merline, W.J., Asphaug, E., Richardson, D.C., Leinhardt, Z.M., 2004. *The formation of asteroid satellites in large impacts: results from numerical simulations*. **Icarus** **170**, 243–257.
- [71] Durda, D.D., Bottke, W.F., Nesvorný, D., Asphaug, E., Richardson, D.C., 2006. *Size-frequency distributions of fragments from SPH/N-body simulations: Comparison with observed asteroid families*. **Icarus** **171**, 146–158.
- [72] Dvorak R., Bazso A., Zhou L.-Y., 2010, *Where are the Uranus Trojans?* **Celest. Mech. & Dyn. Astr.**, 107, 51
- [73] Dvorak R., Lhotka Ch., Schwarz R., 2008, *Celest. Mech. & Dyn. Astr.*, 102, 97
- [74] Dvorak R., Li-Yong Zhou, 2011, *Dynamics of Neptune Trojan: Inclined Orbits*, **MNRAS**, 417, 97
- [75] Dvorak R., Schwarz R., Suli 'A., Kotoulas T., 2007, *On the stability of the Neptune Trojans*, **MNRAS**, 382, 1324
- [76] Eddington, A.S. 1910. *The envelope of comet Morehouse*, **MNRAS** **70**, 442 *Bibliografie* 147
- [77] Efthymiopoulos, C., Contopoulos, G., Voglis, N., 1999. *Cantori, islands and asymptotic curves in the stickiness region*. **Celest. Mech. Dyn. Astr.** **73**, 221–230.
- [78] 'Erdi B., 1988, *Celest. Mech.*, 43, 303
- [79] Farinella, P., Carpino, M., Froeschl'e, Ch., Froeschl'e, C., Gonczi, R., Knezevic, Z., Zappal'a, V., 1989. *The ages of asteroid families*. **Astron. Astrophys.** **217**, 298–306.
- [80] Farinella, P., Vokrouhlick'y, D., 1999. *Semimajor axis mobility of asteroidal fragments*. **Science** **283**, 1507–1510.
- [81] Farley, K.A., Vokrouhlick'y, D., Bottke, W.F., Nesvorný, D. 2006, *A late Miocene dust shower from the break-up of an asteroid in the main belt*. **Nature** **439**, 295–297.
- [82] Ferraz-Mello S., Nesvorný D., Michtchenko T., 1998, *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 69, 171
- [83] Ferraz-Mello S., Michtchenko T.A., Beaug'e C., Callegari Jr. N., 2005, in Dvorak R., Freistetter R., Kurths J., eds. *Chaos and Stability in Extrasolar Planetary Systems*, Lecture Notes in Physics, Springer, p.219
- [84] Ferraz-Mello, S., 1994. *Dynamics of the asteroidal 2/1 resonance*. **Astron. J.** **108**, 2330–2337.
- [85] Ferraz-Mello, S., Michtchenko, T.A., Roig, F., 1998. *The determinant role of Jupiter's Great Inequality in the depletion of the Hecuba gap*. **Astron. J.** **116**, 1491–1500.
- [86] Fujiwara, A., 1982. *Complete fragmentation of the parent bodies of Themis, Eos, and Koronis families*. **Icarus** **52**, 434–443.
- [87] Fukugita, M., Ichikawa, T., Gunn, J.E., Doi, M., Shimasaku, K., Schneider, D.P., 1996. *The Sloan Digital Sky Survey photometric system*. **Astron. J.** **111**, 1748–1756.
- [88] Fulchiogni M., 2001, *Asteroids*, article in: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics* (ed. Murdin P.) Inst. of Physics Publishing, Bristol
- [89] Y. Funato, J. Makino, P. Hut, E. Kokubo and D. Kinoshita, 2005, *The formation of Kuiper-belt binaries through exchange reactions*, **Nature** **427**, 518 (2005) 266

- [90] **Furdui O.**, 2004, *Dynamical Evolution of Asteroids*, article in: *JENAM 2004 proceedings: The Many Scales in the Universe* (Ed. J. C. del Toro Iniesta) Inst. of Astrophysics, pp. 181- 184, Granada
- [91] **Furdui O.**, Spurzem R., 2005. *The Dynamics and Formation of Multi-planetary Systems*, **Astronomische Nachrichten** **326**, is. 7. p. 651
- [92] **Furdui O.**, Spurzem R., 2005, *A parallel implementation of a N-Body Integrator for study of Planetary Dynamics*, IPAM, University of California Los Angeles, USA,
- [93] **Furdui O.**, 2006, *On the Stability of the Extrasolar Planetary Systems 47 Uma and 55 Cancri*, **Astronomische Nachrichten**, **331**,
- [94] **Furdui O.**, Spurzem R. *Planetesimals in Protoplanetary Disks*, **Astro. Notes**, **328**, p.217-223, 2007
- [95] **Furdui O.**, Spurzem R., Burkert, 2007, *Solar System Instabilities with a Hyperbolic Star Encounter*, **Astro. Notes**, **328**, p. 521- 530,
- [96] **Furdui O.**, 2008, *On the Stability of Planetary Orbits with a Modified Hermite Integrator*, **RoAJ** **18.1**, p. 29-40,
- [97] **Furdui O.**, 2010, N-body quality simulation with Yoshida Symplectic Integrator, Turku, Finland (P),
- [98] **Furdui O.**, 2010, Planetesimal Disk Instabilities with Hyperbolic Encounter, Viena, Austria.
- [99] **Furdui O.**, *BENDIS A numerical code for simulating astrophysical systems*, **RoAJ Supplement** **2010**, 20, 61 66
- [100] **Furdui O.**, 2010, *On the N-body simulations of galaxy collisions*, New Challenges in Astronomy & Astrophysics, Cluj Napoca,
- [101] **Furdui O.**, 2010, The 8th-order Hermite integrator for Trans-Neptunian objects, Institute Symposium, Bucharest, (P),
- [102] **Furdui O.**, 2010, On the current dynamics of TNO system, Institute Symposium, Bucharest, (P),
- [103] **Furdui O.**, 2011, *Long Time Stability of Kuiper Belt Objects*, **Astronomy & Astrophysics**, . (accepted)
- [104] **Furdui O.**, 2011, *Approximation models of stellar orbits*, **RoAJ** **21.1**
- [105] Cosmological Simulations with GADGET, [www.mpa-garching.mpg.de/gadget](http://www.mpa-garching.mpg.de/gadget).
- [106] Gladman, B.J., Migliorini, F., Morbidelli, A., Zappala, V., Michel, P., Cellino, A., Froeschle, C., Levison, H.F., Bailey, M., Duncan, M. 1997. Dynamical lifetimes of objects injected into asteroid belt resonances. *Science* **277** , 197–201.
- [107] Grady, M.M., 2000. *Catalogue of Meteorites* , Cambridge University Press, Cambridge. [108] Greenberg R., Nolan M.C., Bottke W. F. Jr., Kolvoord D. A., Veverka J. 1994. Collisional history of Gaspra, Icarus, **107**, 84
- [109] Guillens, S.A., Vieira Martins, R., Gomes, R.S., 2002. A global study of the 3:1 resonance neighborhood: a search for unstable asteroids. *Astron. J.* **124**, 2322–2331.
- [110] Hagihara, Y., 1975. *Celestial Mechanics. Volume IV — Periodic and quasi-periodic solutions*. Japan Society for the promotion of Science, Tokyo.
- [111] Hanslmeier A., Dvorak R., 1984, *A&A*, **132**, 203
- [112] Hardorp, J., 1978. The Sun among the stars. *Astron. Astrophys.* **63** , 383–390.
- [113] Heggie D.C., Mathieu, 1986, *MNRAS*, **206**, 179
- [114] Henrard, J., Lemaître, A., 1983. *A second fundamental model for resonance*. *Celest. Mech. Dyn. Astr.* **30** , 197–218.
- [115] Henrard, J., Lemaître, A., 1987. A perturbative treatment of the 2/1 Jovian resonance. *Icarus* **69** , 266–279.

- [116] Henrard, J., Watanabe, N., Moons, M., 1995. A bridge between secondary and secular resonances inside the Hecuba gap. *Icarus* **115**, 336–346.
- [117] Hirayama, K., 1918. Groups of asteroids probably of common origin. *Astron. J.* **31**, 185–188.
- [118] Holman M.J., Wisdom J., 1993, *AJ*, **105**, 1987  
[HPHK Observer services] HPHK Observer services, <http://www.astrohk.cz/observer.html>.
- [120] Ivezić, Z., & 32 collaborators, 2001. *Solar system objects observed in the Sloan Digital Sky Survey commissioning data*. **Astron.J.** **122**, 2749–2784.
- [121] Ivezić, Z., Tabachnik, S., Rafikov, R., et al. 2001. *Solar System Objects Observed in the Sloan Digital Sky Survey Commissioning Data*, **Astron. Journal** **122**, 2749
- [122] Jedicke, R., Nesvorný, D., Whiteley, R., Ivezić, Z., Jurić, M., 2004. *An age-colour relationship for main-belt S-complex asteroids*. **Nature** **429**, 275–277.
- [123] Jurić, M. & 12 collaborators, 2002. *Comparison of positions and magnitudes of asteroids observed in the Sloan Digital Sky Survey with those predicted for known asteroids*. **Astron.J.** **124**, 1776–1787.
- [124] Kaasalainen, M., Torppa, J., Muinonen, K., 2001. *Optimization methods for asteroid lightcurve inversion. II. The complete inverse problem*. **Icarus** **153**, 37–51.
- [125] Kinoshita H., Nakai H., 2007, *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, **98**, 67
- [126] Knežević, Z., Milani, A., Farinella, P., 1997. *The dangerous border of the 5:2 mean motion resonance*. **Planet. Sp. Sci.** **45**, 1581–1585.
- [127] Knežević, Z., Milani, A., 2000. *Synthetic proper elements for outer main belt asteroids*. **Celest. Mech. Dyn. Astr.** **78**, 17–46.
- [128] Knezevic, Z., Milani, A., 2003. *Proper element catalogs and asteroid families*. **Astron. Astrophys.** **403**, 1165–1173.
- [129] Kokubo E. & Ida S., 1998, **Icarus** **131** 171
- [130] Kozai Y., 1962, *AJ*, **67**, 591
- [131] Laskar, J., Robutel, P., 2001. *High order symplectic integrators for perturbed Hamiltonian systems*. **Celest.Mech.Dyn.Astr.** **80**, 39–62.
- [132] Lawson, C. L., Hanson, B. J., 1974, *Solving Least Squares Problems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ
- [133] Leinhardt Z. M., Richardson D. C., Quinn T. 2000. *Direct N-body Simulations of Rubble Pile Collisions*, **Icarus** **146**, 133.
- [134] Levison, H., Duncan, M., 1994. *The long-term dynamical behavior of short-period comets*. **Icarus** **108**, 18–36.
- [135] Levison, H., Duncan, M., 1997. *From the Kuiper belt to Jupiter-family comets: The spatial distribution of ecliptic comets*. **Icarus** **127**, 13–32.
- [136] Levison, H., Morbidelli, A., Dones, L., Jedicke, R., Wiegert, P.A., Bottke, W.F., 2002. *The mass disruption of Oort cloud comets*. **Science** **296**, 2212–2215.
- [137] Levison, H., Stern, B. J., **Science** **208**, 2001,
- [138] Levison H., Terrell D., P. Wiegert, L. Dones and M. Duncan. *On the Origin of the Unusual Orbit of Comets 2P/Encke*, **Icarus** **182**, 161-168 (2006).
- [139] Li J., Zhou L.-Y., Sun Y.-S., 2007, **A&A**, **464**, 775
- [140] Magnusson, P., Neese, C., 2005, *NASA Planetary Data System*, EAR-A-5-DDRASTEROID- SPIN-VECTORS-V4.2
- [141] Makino J. 1991. ; **MNRAS** **310**, 58–115.
- [142] Makino J. 2007. **Icarus** **208**, 18–36.
- [143] Makino J., Aarseth S. (1992). *On a Hermite integrator with Ahmad-Cohen scheme for gravitational many-body problems* **Publ. Astron. Soc. Japan**, **44**, 141
- [144] Mal'yskin, L., Tremaine, S., 1999. *The keplerian map for the planar restricted three-body problem as a model of comet evolution*. **Icarus** **141**, 341–353.



- [145] Marzari F., Tricarico P., Scholl H., 2003a, *A&A*, 410, 725
- [146] Marzari F., Tricarico P., Scholl H., 2003b, *MNRAS*, 345, 1091
- [147] Mikkola, S. 1998, ***Celest. Mech. Dyn. Astr.*** **68**, 249
- [148] Michel, P., Benz, W., Richardson, D.C. 2004. *Catastrophic disruption of asteroids and family formation: a review of numerical simulations including both fragmentation and gravitational reaccumulations*, ***P&SS*** **52**, 1109
- [149] Michel P., Thomas F., 1996, *A&A*, 307, 310
- [150] Michtchenko T., Ferraz-Mello S., 1995, *A&A*, 303, 945
- [151] Michtchenko T., Lazzaro D., Ferraz-Mello S., Roig F., 2002, *Icarus*, 158, 343
- [152] Michtchenko T., Beauge C., Ferraz-Mello S., 2008, *MNRAS*, 387, 747
- [153] Milani A., 1993, *Celest. Mech. & Dyn. Astr.*, 57, 59
- [154] Milani A., 1994, in Milani A., Martino M., Cellino A., eds, *Proc. IAU Symp. 160, Asteroids, Comets, Meteors 1993*. Kluwer Academic Publisher, Netherlands, p.159
- [155] Moons, M., Morbidelli, A., Migliorini, F., 1998. *Dynamical structure of the 2/1 commensurability with Jupiter and the origin of the resonant asteroids*. ***Icarus*** **135**, 458–468.
- [156] Morbidelli, A., Levison, H.F., Tsiganis, K., Gomes, R.S., 2005. *Chaotic capture of Jupiter's Trojan asteroids in the early Solar System*. ***Nature*** **435**, 462–465.
- [157] Morbidelli, A., Brown, 2004. *The Kuiper Belt and the Primordial Evolution of the Solar System*. University Arizona Press, Tucson, Arizona, 175-192.
- [158] Morbidelli, A., 2002. *Modern celestial mechanics: Aspects of Solar System dynamics*. Taylor & Francis, London.
- [159] Morbidelli, A., 1996. *The Kirkwood gap at the 2/1 commensurability with Jupiter: New numerical results*. ***Astron. J.*** **111**, 2453–2461.
- [160] Morbidelli, A., Moons, M., 1993. *Secular resonances in mean motion commensurabilities — The 2/1 and 3/2 cases*. ***Icarus*** **102**, 316–332.
- [161] Murray, C.A., 1986. *Structure of the 2:1 and 3:2 Jovian resonances*. ***Icarus*** **65**,
- [Mosix] Mosix cluster, <http://www.mosix.org>.
- [163] Murray C.D., Dermott S.F., 1999, *Solar System Dynamics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge
- [164] Namouni F., 1999, *Icarus*, 137, 293
- [165] Nesvorn'ý D., Dones L., 2002, *Icarus*, 160, 271
- [166] Nesvorn'ý D., Morbidelli A., 1998, *AJ*, 116, 3029
- [167] Nesvorn'ý D., Thomas F., Ferraz-Mello S., Morbidelli A., 2002, *Celest. Mech. & Dyn. Astr.*, 82, 323
- [168] Nobili A.M., Milani A., Carpino M., 1989, *A&A*, 210, 313
- [169] Nesvorn'ý, D., Bottke, W.F., Levison, H.F., Dones, L., 2002. *Recent origin of the Solar System dust bands*. ***Astrophys. J.*** **591**, 486–497.
- [170] Nesvorn'ý, D., Ferraz-Mello, S., 1997. *On the asteroidal population of the first-order Jovian resonances*. ***Icarus*** **130**, 247–258.
- [171] O'Brien, D.P., Greenberg, R., 2003. *Steady-state size distributions for collisional populations: analytical solution with size-dependent strength*. ***Icarus*** **164**, 334–345.
- [172] O'Brien, D.P., Greenberg, R. 2005. *The collisional and dynamical evolution of the main-belt and NEA size distributions*, ***Icarus*** **178**, 179.
- [173] Okada, T., Shirai, K., Yamamoto, Y., Arai, T., Ogawa, K., Hosono, K., Kato, M. 2006, ***Science*** **312**, 1338.
- [OpenMP] *OpenMP specification*, <http://www.openmp.org>.
- [175] Opik, E.J., 1951. *Collision probability with the planets and the distribution of planetary matter*. ***Proc. R. Irish Acad.*** **54**, 165–199.

- [176] Paolicchi, P., Verlicchi, A., Cellino, A., 1996. *An improved semi-empirical model of catastrophic impact processes. I. Theory and laboratory experiments.* **Icarus** **121**, 126–157.
- [177] Petit, J.-M., Farinella, P., 1993. *Modelling the outcomes of high-velocity impacts between small solar system bodies.* **Celest. Mech. Dyn. Astr.** **57**, 1–28.
- [178] Pittichova J. et al., 2003, Minor Planet Electronic Circ., 2003-A55
- [179] Press, V.H., Teukolsky, S.A., Vetterlink, W.T., Flannery, B.P., 2001. *Numerical recipes in Fortran 77.* Cambridge University Press, Cambridge.
- [180] Quinn, T.R., Tremaine, S., Duncan, M., 1991. *A three million year integration of the earth's orbit.* **Astron. J.** **101**, 2287–2305.
- [181] Robutel, P., Laskar, J., 2001. *Frequency map and global dynamics in the Solar System. Short period dynamics of massless particles.* **Icarus** **152**, 4–28.
- [182] Roig, F., Nesvorn'y, D., Ferraz-Mello, S., 2002. *Asteroids in the 2:1 resonance with Jupiter: dynamics and size distribution.* **Mon. Not. R. Astron. Soc.** **335**, 417–431.
- [SDSS MOC] SDSS MOC — Sloan Digital Sky Survey Moving Object Catalog, <http://www.astro.washington.edu>.
- [184] Sekanina, Z., Brownlee, D.E., Economou, T.E., Tuzzolino, A.J., Green, S.F., 2004. *Modeling the nucleus and jets of comet 81P/Wild 2 based on the Stardust encounter data.* **Science** **304**, 1769–1774.
- [185] Sheppard S., Trujillo C., 2006, Sci, 313, 511 A thick cloud of Neptune Trojans and their colors. -514 (2006)
- [187] Stern, S.A. 2002., *Evidence for a Collisional Mechanism Affecting Kuiper Belt Object Colors.* **Astron. J.** **124**, 2300-2304.
- [187] Tegler, S. C., Romanishin, W., 2000, **Nature** **407**, 979–981.
- [188] Thomas F., Morbidelli A., 1996, *Celest. Mech. & Dyn. Astr.*, 64, 209
- [189] Trujillo, C. A., Brown, M. E. 2002. *The Radial Distribution of the Kuiper Belt.* **Astroph. J** **554**, 9598.
- [190] Tsiganis, K., Gomes, R., Morbidelli, A., and Levison, H. F.: 2005, **Nature** **435**, 459-461.
- [191] Ureche V., Roman R., **Furdui O.**, *Neutron Star Models with Douchin-Haensel-Pichon Equations of State*, **RoAJ** **19.1**, p. 51-62, 2009
- [192] Weissman P., Levison H., 1997, in Stern S., Tholen D., eds, Pluto and Charon. Univ. of Arizona Press, Tucson, p.559
- [193] Wisdom, M., Holman, J., 1992. **Mon. Not. R. Astron. Soc.** **235**, 817–831.